

SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO
ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
Sessione 2001
SECONDA PROVA SCRITTA
Tema di Matematica

PROBLEMA 1

Assegnato il segmento AB di lunghezza 1, si disegni la circonferenza avente il centro C sull'asse di AB e passante per A e per B. In tale contesto, denotata con P la proiezione ortogonale di B sulla retta AC:

- a) si esprima la somma $BC^2 + BP^2$ in funzione dell'angolo $\widehat{BAC} = x$;
- b) si determini il valore minimo assunto da tale somma;
- c) si stabilisca per quali valori di x si ha $BC^2 + BP^2 = \frac{7}{4}$;
- d) fissato $x=30^\circ$ si calcoli il volume del solido che si ottiene dalla rotazione completa del triangolo BCP attorno alla retta AC, presa come asse di rotazione.

PROBLEMA 2

Un foglio di latta ha le dimensioni di un quadrato di lato a .

Da esso si ritagliano quattro quadrati uguali (ciascuno avente un angolo coincidente con un angolo del foglio) in modo da ottenere, piegando ad angolo retto i lembi rimasti, una scatola senza coperchio.

Trascurando lo spessore del foglio, si determini:

- 1) il lato x del quadrato da ritagliare affinché la scatola abbia volume massimo;
- 2) il valore di a , espresso in centimetri, affinché tale volume massimo abbia la capacità di 4 litri;
- 3) Il raggio, in funzione di a , che deve avere una sfera per essere circoscritta alla scatola di volume massimo;

QUESTIONARIO

- 1) Dimostrare che se un polinomio $p(x)$ è divisibile per $(x-a)^2$ allora $p'(x)$ è divisibile per $(x-a)$.
- 2) Senza usare il simbolo del valore assoluto, si descriva il dominio di x per cui $|x+1| < 4$
- 3) Si dimostri che la somma di qualsiasi numero reale positivo e del suo reciproco è almeno 2
- 4) L'equazione $f(b) - f(a) = f'(c)(b-a)$ esprime il teorema del valore medio o di Lagrange. Determinare c quando $f(x) = \sqrt{x-1}$, $a=1$ e $b=3$.
- 5) Si trovi la curva il cui coefficiente angolare nel punto (x, y) è $3x^2$ e che deve passare per il punto $(1,-1)$.
- 6) A partire dalla definizione di logaritmo, dimostrare che:

$$\log_a b \times \log_b a = 1$$

ove a e b sono due numeri positivi diversi da 1.

- 7) Quale è la lunghezza di un arco di un cerchio di raggio 10m se l'angolo al centro che lo sottende misura $4\pi/5$? E se l'angolo misura 110° ?

- 8) Cosa si intende per "funzione periodica"? Quale è il periodo di $f(x) = \text{sen}(x - \frac{\pi}{4}) + 1$?

La prova richiede lo svolgimento di uno dei due problemi proposti e le risposte a quattro domande scelte all'interno del questionario.

Durata massima della prova : 6 ore

E' consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile e la consultazione del vocabolario d'Italiano.