

SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO (Europa)
ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
Sessione Ordinaria 2003
SECONDA PROVA SCRITTA
Tema di Matematica

Il candidato risolve uno dei due problemi e 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Tra le circonferenze di equazione $x^2 + y^2 - 4y - k = 0$, sia Γ quella di raggio $2\sqrt{2}$. Siano A e B i punti in cui Γ interseca l'asse x.

- a. Determinare l'equazione della parabola p , con asse parallelo all'asse y, passante per A e tangente in B alla retta di equazione $y = -2x + 4$;
- b. Calcolare l'area di ciascuna delle due parti in cui p divide il cerchio Γ ;
- c. Nel segmento parabolico determinato dalla corda AB inscrivere un rettangolo, con un lato su AB, di area massima;
- d. Tale rettangolo è anche quello di massimo perimetro?

PROBLEMA 2

Si consideri un cono circolare retto.

1. Si sezioni il cono con un piano parallelo alla base e si indichino con a , b ($a > b$) e h rispettivamente le misure dei raggi delle basi e l'altezza del tronco che ne risulta. Si esprimano in funzione di a , b , h il volume e la superficie laterale del tronco di cono illustrando il ragionamento seguito.
2. Posto che il cono preso in esame abbia la superficie laterale di $\sqrt{3}\pi m^2$, quale ne è il volume massimo?
3. Si calcoli il raggio della sfera circoscritta al cono massimo determinato.
4. Si dia una approssimazione in centilitri della capacità di tale sfera.

QUESTIONARIO

1. Date un esempio di solido la cui superficie laterale è 7π .
2. Date un esempio di polinomio il cui grafico taglia la retta $y=1$ tre volte.
3. Dimostrate, senza risolverla, che l'equazione: $2x^3 + 3x^2 + 6x + 12 = 0$ ammette una e una sola radice reale.
4. Calcolate $D[\text{arc ctgx}]$ ($D=$ derivata) e dite perché essa è opposta a $D[\text{arctgx}]$.
5. Scrivete l'equazione della tangente a λ , grafico di $f(x) = 2x - \log(e^{\frac{x}{2}} + 1)$

nel suo punto P di ascissa 0.

6. Dopo aver tracciato il grafico della funzione $\log_4 x$, come vi regolereste per tracciare il grafico della funzione $\log_4(x-5)$? e quello della funzione $\log_4 2x$?
7. Fra le primitive di $y = 3\cos^3 x$ trovare quella il cui diagramma passa per $P(0, 5)$.

8. Il coefficiente angolare della tangente al diagramma di $f(x)$ è, in ogni suo punto P , uguale al doppio dell'ascissa di P . Determinate $f(x)$ sapendo che $f(0) = 4$

Durata massima della prova : 6 ore

E' consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile e la consultazione del vocabolario d'Italiano.