

Syllabus¹

per la prova scritta di Matematica agli Esami di Stato di Liceo Scientifico

Premessa

La prova scritta negli Esami di Stato dei Licei Scientifici costituisce il momento culminante della verifica dell'azione didattica essendo finalizzata ad accertare le conoscenze specifiche di matematica apprese nel corso degli studi.

Su tali “conoscenze specifiche” si è sviluppato in questi ultimi anni un intenso dibattito in quanto il loro riferimento normativo risiede o in programmi in gran parte superati e disattesi (furono diramati con una nota del 18.9.1945 del Ministro A. Ruiz) o in programmi (PNI - Piani di Studio Brocca) molto vasti per essere compiutamente attuati.

Il presente Syllabus rappresenta la sintesi di tale dibattito compiuta attraverso il lavoro di un gruppo di esperti rappresentativo del mondo della matematica e della sua didattica che ha operato su invito della Direzione Generale per gli Ordinamenti Scolastici e per l'Autonomia Scolastica e il Coordinamento della Struttura Tecnica Esami di Stato.

Il Syllabus costituisce pertanto una descrizione di ciò che dovrebbe essere richiesto nella prova scritta di matematica dell'esame di Stato per il Liceo scientifico di ordinamento e per i Licei che attuano sperimentazioni di tipo PNI e Brocca (gli argomenti relativi sono evidenziati in corsivo). La forma prescelta per tale descrizione è quella della tipologia delle “domande” alle quali lo studente deve essere in grado di rispondere: *Calcolare/Determinare, Applicare/Risolvere, Spiegare/Illustrare/Definire, Dimostrare/Dedurre.*

Il Syllabus così organizzato presenta elementi di novità sia con riferimento al superamento dei tradizionali capitoli della matematica - ne rafforza, infatti, l'intima connessione interna - sia con riferimento agli obiettivi essenziali e alle innovazioni che oggi si prospettano per un efficace insegnamento e apprendimento della matematica intendendo anche che le conoscenze matematiche debbano essere disponibili come modelli per rappresentare e affrontare situazioni e problemi di varia natura.

1. Calcolare/ Determinare

- Misure di angoli in radianti e in gradi.
- Il numero di permutazioni, disposizioni, combinazioni in un insieme.
- La potenza n -esima di un binomio.
- Nel piano cartesiano, l'equazione di una retta per un punto e parallela o perpendicolare ad una retta data; la pendenza di una retta assegnata e l'equazione della retta tangente al grafico di una funzione in un punto.

¹ Hanno partecipato al lavoro, sviluppato dal dicembre 2008 al luglio 2009: Emilio Ambrisi, Gabriele Anzellotti, Ferdinando Arzarello, Elena Beretta, Claudio Bernardi, Tiziana Bindo, Giorgio Bolondi, Domenico Bruno, Mauro Cerasoli, Lucia Ciarrapico, Mariangela Chimetto, Biagio Dibilio, Domenica Di Sorbo, Michelangelo Di Stasio, Franco Eugeni, Paolo Francini, Alberto Gandolfi, Antonino Giambò, Annamaria Gilberti, Maria Paola Giovine, Marta Herbst, Andrea Laforgia, Paolo Lorenzi, Walter Maraschini, Alessandro Militerno, Aurelia Orlandoni, Roberto Ricci, Enza Russo, Carlo Sbordone, Luigi Tomasi, Luigi Verolino.

- l'equazione cartesiana di luoghi geometrici notevoli. In particolare: circonferenza, ellisse, parabola e iperbole.
- Le derivate di funzioni composte.
- Massimi e minimi di una funzione, punti di flesso, asintoti.
- Integrali indefiniti immediati o ad essi riconducibili
- Integrali per parti e per sostituzioni
- Aree delle superfici e volumi dei solidi (poliedri, solidi di rotazione, solidi di cui siano note le sezioni lungo una certa direzione).
- Valori approssimati di funzioni e grandezze anche utilizzando una calcolatrice tascabile.

PIANI DI STUDIO PNI e BROCCA

- *La media, mediana e scarto quadratico medio di un insieme di dati.*
- *La probabilità di eventi in situazioni uniformi e a partire dalla probabilità di altri eventi.*
- *Sottoinsiemi del piano definiti da sistemi di disequazioni.*
- *Equazioni di traslazioni, rotazioni, simmetrie nel piano soddisfacenti determinate condizioni.*
- *Soluzioni approssimate di equazioni.*
- *L'approssimazione di un integrale definito con una procedura di calcolo numerico.*
- *Proposizioni logicamente equivalenti. La negazione di proposizioni.*

2. Applicare/ Risolvere

- Il teorema di Ruffini, $P(x)$ è divisibile per $x - a$ se e solo se $P(a) = 0$.
- I teoremi della geometria euclidea piana e solida. In particolare: il teorema dell'angolo esterno, i teoremi di Pitagora e di Talete, il teorema delle tre perpendicolari.
- Equazioni, disequazioni, sistemi relativi a funzioni goniometriche, esponenziali, logaritmiche e alla funzione modulo.
- Le formule di addizione e le loro immediate conseguenze (duplicazione, bisezione);
- Il teorema dei seni e il teorema del coseno per la risoluzione dei triangoli.
- Limiti notevoli di successioni e di funzioni. In particolare:
 - $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)/x = 1$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)/x = 1$
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 1/n)^n = e$
 - $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x / x^\beta = +\infty$, per $a > 1$, $\beta > 0$
 - $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\log_a x) / x^\beta = 0$, per $a > 1$, $\beta > 0$
- Il teorema di Lagrange, il teorema di Rolle, il teorema di De L'Hospital, per lo studio delle proprietà e del grafico di una funzione o per il calcolo dei limiti.
- I teoremi del calcolo integrale nella determinazione delle aree e dei volumi.
- Problemi che richiedono di determinare il valore massimo o minimo di una grandezza che si può rappresentare come una funzione derivabile di una opportuna variabile.
- Problemi geometrici di 1° e 2° grado dipendenti eventualmente da un parametro.

PIANI DI STUDIO PNI e BROCCA

- *Cambiamenti di coordinate, cambiamenti di scala.*
- *Le formule per la somma dei primi n termini di una progressione aritmetica o geometrica.*
- *Il principio di induzione*
- *Il teorema della media integrale.*
- *La probabilità condizionata e la formula di Bayes.*

- *La distribuzione binomiale. La distribuzione normale: in particolare il suo uso in relazione agli errori di misura.*

3. Spiegare/Illustrare/Definire

- Incidenza, parallelismo, perpendicolarità tra rette e piani nello spazio.
- I poliedri (parallelepipedi, prismi, piramidi, poliedri regolari) e gli sviluppi piani delle loro superfici. I solidi di rotazione (cono, cilindro e sfera), le loro sezioni piane e gli sviluppi piani delle loro superfici.
- Il principio di Cavalieri.
- Sottoinsiemi, prodotto cartesiano di due insiemi, funzioni, funzioni iniettive e suriettive, composizione di due funzioni; funzioni invertibili, funzioni inverse e relativi grafici.
- Funzioni limitate; funzioni crescenti in un intervallo, massimi e minimi (relativi, assoluti); funzioni periodiche.
- Le funzioni $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctg x$
- Le funzioni esponenziali e logaritmiche: proprietà e grafici.
- Successioni numeriche. In particolare: progressioni aritmetiche e geometriche.
- Limite di una successione e limite di una funzione reale.
- Esempi di funzioni discontinue o non derivabili in qualche punto.
- Lunghezza della circonferenza e area del cerchio.
- Il significato geometrico di *integrale definito* per una funzione reale definita in un intervallo,
 - *Relazione di Eulero tra numero di vertici, spigoli, facce dei poliedri.*
 - *Concetti primitivi, definizioni, assiomi, teoremi. Il V postulato di Euclide: considerazioni storiche e critiche.*
 - *Il concetto di algoritmo. Algoritmi notevoli; in particolare l'approssimazione di e e π*
 - *Successioni definite per ricorrenza*
 - *L'indipendenza di eventi e le concezioni di probabilità*

PIANI DI STUDIO PNI e BROCCA

4. Dimostrare/Dedurre

- Uguaglianze e disuguaglianze, algebriche e trigonometriche
- L'esistenza di al più cinque poliedri regolari.
- $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)/x = 1$
- Le espressioni della derivata prima di x^n , $\sin x$, $\cos x$, e^x e da queste ricavare quelle di: $\log x$, $\arcsin x$, $\tan x$, $\arctg x$.
- Una proposizione a partire da un'altra data. Ad esempio:
 - dal teorema di Lagrange, la disuguaglianza: $|\sin b - \sin a| \leq |b - a|$.
 - la crescita o decrescita di una funzione utilizzando il teorema di Lagrange.
 - dal teorema di Lagrange il segno di una funzione
 - dal grafico di una funzione $f(x)$, la costruzione dei grafici di: $|f(x)|$, $1/f(x)$, $f(x-k)$, $f(kx)$, $kf(x)$, $k+f(x)$, con k numero reale.
 - l'unicità degli zeri di una funzione dal teorema di Rolle.