

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
PIANO NAZIONALE DI INFORMATICA
Tema di MATEMATICA - a.s. 2000/2001
CORSO DI ORDINAMENTO

PROBLEMA 1

Sia AB un segmento di lunghezza $2a$ e C il suo punto medio.

Fissato un conveniente sistema di coordinate cartesiane ortogonali monometriche (x, y) :

- a) si verifichi che il luogo dei punti P tali che $\frac{PA}{PB} = k$ (k costante positiva assegnata) è una circonferenza (circonferenza di Apollonio) e si trovi il valore di k per cui la soluzione degenera in una retta.
- b) Si determini il luogo geometrico g dei punti X che vedono AC sotto un angolo di 45° ;**
- c) posto X , appartenente a g , in uno dei due semipiani di origine la retta per A e per B e indicato con α l'angolo \widehat{XAC} si illustri l'andamento della funzione $y=f(x)$ con $f(x) = (XB / XA)^2$ e $x = \operatorname{tg} \alpha$.

PROBLEMA 2

Nel piano riferito a coordinate cartesiane ortogonali monometriche (x,y) è assegnata la funzione:

$$y = x^2 + a \log(x + b)$$

con a e b diversi da zero.

- a) si trovino i valori di a e b tali che la curva G grafico della funzione passi per l'origine degli assi e presenti un minimo assoluto in $x=1$;
- b) si studi e si disegni G ;
- c) si determini, applicando uno dei metodi numerici studiati, un'approssimazione della intersezione positiva di G con l'asse x ;
- d) si determini l'equazione della curva G' simmetrica di G rispetto alla retta $y=y(1)$;
- e) si disegni, per i valori di a e b trovati, il grafico di:

$$y = |x^2 + a \log(x + b)|$$

QUESTIONARIO

1. Provare che una sfera è equivalente ai $\frac{2}{3}$ del cilindro circoscritto.
2. Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione:

$$xe^x + xe^{-x} - 2 = 0$$

3. Dimostrare che se $p(x)$ è un polinomio, allora tra due qualsiasi radici distinte di $p(x)$ c'è una radice di $p'(x)$.
4. Calcolare la derivata della funzione

$$f(x) = \arcsen x + \arccos x$$

Quali conclusioni se ne possono trarre per la $f(x)$?

5. Calcolare l'integrale $\int \frac{\log x}{x} dx$

6. Con uno dei metodi di quadratura studiati, si calcoli un'approssimazione dell'integrale definito

$$\int_0^{\pi} \sin x dx$$

e si confronti il risultato ottenuto con il valore esatto dell'integrale.

7. Verificato che l'equazione $x - e^{-x} = 0$ ammette una sola radice positiva compresa tra 0 e 1 se ne calcoli un'approssimazione applicando uno dei metodi numerici studiati.
8. Una classe è composta da 12 ragazzi e 4 ragazze. Tra i sedici allievi se ne scelgono 3 a caso: qual è la probabilità che essi siano tutti maschi?
9. Spiegare il significato di *sistema assiomatico* con particolare riferimento alla sistemazione logica della geometria.
10. dire, formalizzando la questione e utilizzando il teorema *del valor medio* o di *Lagrange*, se è vero che: « se un automobilista compie un viaggio senza soste in cui la *velocità media* è 60 km/h, allora almeno una volta durante il viaggio il tachimetro dell'automobile deve indicare esattamente 60 km/h ».

La prova richiede lo svolgimento di uno dei due problemi proposti e le risposte a cinque domande scelte all'interno del questionario.

Durata massima della prova :
E' consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile e la consultazione del vocabolario d'Italiano.

6

ore