



MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITÀ, DELLA RICERCA

SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO (Americhe)
ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
Sessione Ordinaria 2004
SECONDA PROVA SCRITTA

Tema di Matematica

Il candidato risolva uno dei due problemi e 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Tra i coni circolari retti inscritti in una sfera di raggio 10 cm, si determini:

1. il cono C di volume massimo e il valore, espresso in *litri*, di tale volume massimo.
2. il valore approssimato, in gradi sessagesimali, dell'angolo del settore circolare che risulta dallo sviluppo piano della superficie laterale di C;
3. il raggio della sfera inscritta nel cono C e la percentuale del volume del cono che essa occupa.

PROBLEMA 2

Sia f la funzione definita da:

$$f(x) = \frac{x + a}{bx^2 + cx + 2} \quad (1)$$

- 1) Si determinino i valori dei parametri che figurano nell'equazione (1) disponendo delle seguenti informazioni:
 - a) i valori di a , b , c sono 0 o 1;
 - b) il grafico G di f passa per $(-1, 0)$;
 - c) la retta $y=1$ è un asintoto di f .
- 2) Si disegni G.
- 3) Si calcoli l'area della regione finita di piano del primo quadrante degli assi cartesiani compresa tra l'asintoto orizzontale, il grafico G e le rette $x = 0$ $x = 2$

QUESTIONARIO

1. La coppia (1, 2) è la soluzione di un sistema lineare di due equazioni in due incognite. Quale può essere il sistema?
2. Sia α tale che la funzione $f(x) = \alpha x - \frac{x^3}{1+x^2}$ risulti crescente. Provare che $\alpha \geq \frac{9}{8}$
3. Mostrare che le tangenti alla curva $y = \frac{\pi \operatorname{sen} x}{x}$ in $x = \pi$ e $x = -\pi$ si intersecano ad angolo retto.
4. Nei saldi di fine stagione, un negozio ha diminuito del 30% il prezzo di listino di tutti gli articoli. Se il prezzo scontato di un abito è di 275 euro quale era il suo prezzo di listino?
5. Calcolare:

$$\int_0^{\pi} e^x \cos x dx$$

6. Si dica quante sono le soluzioni reali dell'equazione $\frac{x}{10} = \operatorname{sen} x$ e si indichi per ciascuna di esse un intervallo numerico che la comprende.
7. Se $\operatorname{tg}\alpha$ e $\operatorname{tg}\beta$ sono radici di $x^2 - px + q = 0$ e $\operatorname{ctg}\alpha$ e $\operatorname{ctg}\beta$ sono radici di $x^2 - rx + s = 0$, quanto vale il prodotto rs espresso in funzione di p e q ?
8. Un professore interroga i suoi alunni a due per volta. Stabilire quante possibili coppie diverse può interrogare, sapendo che la classe è di 20 studenti.

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.

Non è ammesso lasciare l'aula degli esami prima che siano trascorse tre ore dalla dettatura del tema.