



**MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITÀ E DELLA RICERCA**  
**SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO**  
**ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

**Sessione Ordinaria 2004**  
Calendario australe  
**SECONDA PROVA SCRITTA**  
**Tema di Matematica**

*Il candidato risolva uno dei due problemi e 4 quesiti del questionario.*

**PROBLEMA 1**

**E' assegnata una piramide retta a base quadrata il cui spigolo laterale misura a.**

**Si determini:**

1. la piramide P di volume massimo e il rapporto di questo con il volume del cubo di spigolo unitario.
2. di quanto si deve ridurre l'altezza di P per ridurre il volume del 10% mantenendo inalterata la forma della piramide
3. la capacità in litri della sfera circoscritta a P quando  $a=1,2$  metri.

**PROBLEMA 2**

**La curva  $\lambda$  e la retta r hanno equazioni rispettive:**

$$\lambda : y = x^3 - 15x - 4$$

$$r : y = mx$$

1. Si denotino con A e B (A a sinistra di B) le intersezioni, nel secondo quadrante degli assi O<sub>x</sub> e O<sub>y</sub>, di  $\lambda$  con r, e con R ed S si denotino le regioni finite di piano così individuate: R delimitata da  $\lambda$  e dal segmento AB, S delimitata dall'asse x, da  $\lambda$  e dal segmento AO.
2. Si determini m in modo che R ed S siano equivalenti.
3. Si determini l'equazione della curva  $\gamma$  simmetrica di  $\lambda$  rispetto alla retta determinata al punto precedente.

**QUESTIONARIO**

1. Si dia un esempio di sistema lineare di due equazioni in due incognite compatibile, la cui soluzione è la coppia (-1, 2) e si esponga il ragionamento seguito.
2. Quale è la capacità massima di un cono circolare retto di apotema 12cm? Quale ne è il valore in litri?
3. Si dimostri che la derivata n-esima di un polinomio P(x) di grado n-1 è zero.
4. Si considerino gli insiemi  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  e  $B = \{a, b, c\}$ ; quante sono le applicazioni (le funzioni) di A in B?
5. Se  $f(x) = x^4 - 3x^3 - 9x^2 + 4$ , quanti sono i numeri reali k per i quali è  $f(k)=2$ ? Si illustri il ragionamento seguito per giungere alla risposta.
6. Nei saldi di fine stagione, un negozio ha diminuito del 25% il prezzo di listino di tutti gli articoli. Se il prezzo scontato di un abito è di 210 euro quale era il suo prezzo di listino?
7. Quante soluzioni reali ammette l'equazione  $\cos x - \log x = 0$ ? C'è una radice positiva tra 1 e 2? Si illustri il ragionamento seguito.

8. Calcolare:

$$\int_0^{\pi} e^x \cos x dx$$

---

**Durata massima della prova: 6 ore.**

**È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.**

**Non è ammesso lasciare l'aula degli esami prima che siano trascorse tre ore dalla dettatura del tema**