

**ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**  
**Sessione Ordinaria 2004**  
**CORSO DI ORDINAMENTO**  
**SECONDA PROVA SCRITTA**  
**Tema di Matematica**

*Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti del questionario.*

**PROBLEMA 1**

Sia  $f$  la funzione definita da:  $f(x) = 2x - 3x^3$

1. Disegnate il grafico  $G$  di  $f$ .
2. Nel primo quadrante degli assi cartesiani, considerate la retta  $y = c$  che interseca  $G$  in due punti distinti e le regioni finite di piano  $R$  e  $S$  che essa delimita con  $G$ . Precisamente:  $R$  delimitata dall'asse  $y$ , da  $G$  e dalla retta  $y = c$  e  $S$  delimitata da  $G$  e dalla retta  $y = c$ .
3. Determinate  $c$  in modo che  $R$  e  $S$  siano equivalenti e determinate le corrispondenti ascisse dei punti di intersezione di  $G$  con la retta  $y = c$ ;
4. determinate la funzione  $g$  il cui grafico è simmetrico di  $G$  rispetto alla retta  $y = \frac{4}{9}$

**PROBLEMA 2**

$ABC$  è un triangolo rettangolo di ipotenusa  $BC$ .

1. Dimostrate che la mediana relativa a  $BC$  è congruente alla metà di  $BC$ .
2. Esprimete le misure dei cateti di  $ABC$  in funzione delle misure, supposte assegnate, dell'ipotenusa e dell'altezza ad essa relativa.
3. Con  $BC = \sqrt{3}$  metri, determinate il cono  $K$  di volume massimo che si può ottenere dalla rotazione completa del triangolo attorno ad uno dei suoi cateti e la capacità in litri di  $K$ .
4. determinate la misura approssimata, in radianti ed in gradi sessagesimali, dell'angolo del settore circolare che risulta dallo sviluppo piano della superficie laterale del cono  $K$ .

**QUESTIONARIO**

1. Trovate due numeri reali  $a$  e  $b$ ,  $a \neq b$ , che hanno somma e prodotto uguali.
2. Provate che la superficie totale di un cilindro equilatero sta alla superficie della sfera ad esso circoscritta come 3 sta a 4.
3. Date un esempio di funzione  $f(x)$  con un massimo relativo in  $(1, 3)$  e un minimo relativo in  $(-1, 2)$ .
4. Dimostrate che l'equazione  $e^x + 3x = 0$  ammette una e una sola soluzione reale.
5. Di una funzione  $g(x)$ , non costante, si sa che:

$$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 3 \text{ e } g(2) = 4$$

Trovate una espressione di  $g(x)$  .

6. Verificate che le due funzioni  $f(x) = 3\log x$  e  $g(x) = \log(2x)^3$  hanno la stessa derivata. Quale giustificazione ne date?
7. Un triangolo ha due lati e l'angolo da essi compreso che misurano rispettivamente  $a$ ,  $b$  e  $\delta$ . Quale è il valore di  $\delta$  che massimizza l'area del triangolo?
8. La misura degli angoli viene fatta adottando una opportuna unità di misura. Le più comuni sono i gradi *sessagesimali*, i *radiani*, i gradi *centesimali*. Quali ne sono le definizioni?
9. Calcolate:

$$\int_0^1 \arcsen x dx$$

10. Considerate gli insiemi  $A = \{1,2,3,4\}$  e  $B^0 = \{a, b, c\}$ ; quante sono le applicazioni (le funzioni) di A in B?

---

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.

Non è ammesso lasciare l'aula degli esami prima che siano trascorse tre ore dalla dettatura del tema.