



MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE

SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

Sessione Ordinaria 2006

Calendario australe

SECONDA PROVA SCRITTA

Tema di Matematica

Il candidato risolva uno dei due problemi e 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Il triangolo ABC è rettangolo in C ed è $CB = m$.

1. Posto $\hat{A}BC = x$ e $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$, si esprima il raggio y del cerchio inscritto nel triangolo in funzione di t .
2. Si studi $y = f(t)$ e se ne tracci il grafico senza tener conto dei limiti geometrici del problema; si denoti, poi, con γ , l'arco del grafico che corrisponde a tali limiti t_1 e t_2 .
3. Si determini il valore del parametro m in modo che l'area della regione delimitata da γ e dall'asse t fra t_1 e t_2 sia uguale a $4 - \log 16$.

PROBLEMA 2

La somma di due numeri x e y è uguale al loro prodotto.

Riferito il piano ad un sistema di coordinate cartesiane ortogonali e monometriche (x,y) :

1. si trovi l'equazione cartesiana del luogo γ dei punti $P(x,y)$ che soddisfano al problema;
2. Quali proprietà di simmetria di γ sono deducibili dalla commutatività della addizione e della moltiplicazione? Il luogo γ ha altre simmetrie?
3. si determini l'area della regione finita di piano del primo quadrante delimitata da γ , dagli assi coordinati e dalle rette $x=2$ e $y=5$ e se ne dia un valore approssimato.

QUESTIONARIO

1. Si vogliono colorare, con colori diversi, le facce di un tetraedro e le facce di un cubo. In quanti modi ciò è possibile disponendo di dieci colori e prescindendo dal loro ordine?
2. La somma di due numeri è s ; determinate i due numeri in modo che la somma dei loro cubi sia minima.
3. Per quale o quali valori di x , con $90^\circ < x \leq 450^\circ$, è vero che: a) $2\cos 5x=1$; b) $2\cos 5x>1$.
4. Fra tutti i coni circoscritti ad una data sfera, trovare quello di volume di volume minimo
5. E' assegnata l'equazione $(m-1)x^2 - (m-5)x + m-1 = 0$. Per quali valori del parametro m le radici appartengono all'intervallo $[-2, -1]$?
6. Si dia una definizione del numero e di *Nepero* [nome latinizzato dello scozzese John Napier (1550-1617)] e si dimostri che la derivata di e^x è e^x ?
7. Scrivere l'equazione della retta passante per l'origine e tangente al grafico della funzione e^x
8. Calcolare il volume di un tetraedro regolare di spigolo s . Se è $s=30\text{cm}$, quale è la capacità in litri del tetraedro?

Durata della prova: 6 ore.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.