Considerazioni sulla prova scritta di Matematica per il P.N.I.

Problema 1

a) Vengono considerati due numeri x e y che hanno somma e quoziente uguali ad uno stesso numero a≠0. Il problema è di semplicissima impostazione ma la prima richiesta di discutere graficamente il sistema ha permesso, secondo me, di evidenziare le capacità degli studenti di visualizzazione grafica e di "lettura" delle variazioni dei dati algebrici.

b) il rapporto y/x è cosa ben differente dal rapporto x/y. Nel problema il rapporto considerato è x/y, dal quale si ricava l'equazione $y^2 + xy - x = 0$ ovvero l'equazione cartesiana $\gamma)\ y = \frac{-x \pm \sqrt{x^2 + 4x}}{2}$ richiesta nel punto 2 ; successivamente al punto 3 si esegue la trasformazione y = x nell'equazione $y^2 + xy - x = 0$ e si ottiene $x^2 + yx - y = 0$ ovvero $\gamma^1)\ y = \frac{x^2}{1-x}$.Si può a questo punto studiare la curva γ^1 e poi ricavare per simmetria rispetto alla bisettrice y = x tutte le proprietà di γ.

c) A mio avviso, non c'è ambiguità (palesata da taluni) nel punto 5 dove si chiede di **calcolare y quando x=1 , cioè di ottenere un valore numerico** che non si può ricavare dal sistema iniziale $\begin{cases} x + y = a \\ \frac{y}{x} = a \end{cases}$ che è impossibile per x=1. La sostituzione x=1 deve essere eseguita nell'equazione $y = \frac{-x \pm \sqrt{x^2 + 4x}}{2}$ ottenendo nel risultato il numero aureo $y = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

Problema 2

Si tratta di un problema di *natura* diversa rispetto al primo e quindi di una diversa complessità. Il problema riguarda argomenti di geometria piana e solida, che spesso per gli studenti risultano più impegnativi rispetto ad altri di calcolo numerico. Nel problema è determinante l'impostazione iniziale: la scelta dell'incognita (la lunghezza dell'arco o l'ampiezza del settore, oppure il raggio del cono sviluppo del settore stesso) comporta complessità di calcolo diverse. Secondo me, la scelta più conveniente è x = raggio di uno dei coni sviluppo del settore, in quanto si ottiene $V_1 = \frac{1}{3}\pi x^2 \sqrt{1 - x^2}$ e $V_2 = \frac{1}{3}(1 - x^2)\sqrt{-x^2 + 2x}$. Si ottiene il massimo per $x = \sqrt{\frac{2}{3}}$ e l'ampiezza dell'arco è $2\pi\sqrt{\frac{2}{3}}$. Il punto 2 riporta l'attenzione sul problema della capacità di un solido spesso dimenticato sebbene si tratti di un problema pratico. E' interessante osservare che il punto 3 richiede il calcolo approssimato di $\operatorname{arctg}\sqrt{2}$ che nella totalità delle esperienze didattiche consente (almeno) di citare lo sviluppo in serie di Mac-Laurin.
In ogni caso per la risoluzione del punto 3 è necessario servirsi della calcolatrice perché occorre sommare un numero elevato di termini dello sviluppo per ottenere un'approssimazione accettabile della misura in radianti dell'angolo. Si deve poi operare il passaggio da radianti a gradi sessagesimali e anche qua non si può fare a meno, direi, della calcolatrice. La natura diversa del problema sta allora forse proprio in questo che l'uso della calcolatrice vi è essenziale: le risposte, dalle percentuali ai gradi sessagesimali, sono tutte di una complessità di calcolo che solo la macchina può lenire.

Pasqualina Ventrone – IPSSAR "A. Celletti"
Formia (Latina)