



CONVEGNO NAZIONALE NUOVI SCENARI PER LA MATEMATICA

Progetto nazionale “Condivisione e accertamento delle conoscenze, abilità e competenze matematiche previste a conclusione dell’obbligo di istruzione del primo biennio dei Licei, Istituti Tecnici e Professionali”

La gerarchia degli insiemi N , Z , Q , R

**Maria Coccozza
Salerno, 29 Agosto 2012**

Linee Guida

In Premessa: *“Nella scelta dei problemi, è opportuno fare riferimento sia ad aspetti interni alla matematica, sia ad aspetti specifici collegati ad ambiti scientifici (economico, sociale, tecnologico) o, più in generale, al mondo reale.”*

Conoscenze

I numeri: naturali, interi, razionali, sotto forma frazionaria e decimale, irrazionali e, in forma intuitiva, reali; ordinamento e loro rappresentazione su una retta. Le operazioni con i numeri interi e razionali e le loro proprietà. Potenze e radici. Rapporti e percentuali. Approssimazioni.

Indicazioni nazionali

OBIETTIVI SPECIFICI DI APPRENDIMENTO:

Lo studente svilupperà le sue capacità nel calcolo (mentale, con carta e penna, mediante strumenti) con i numeri interi, con i numeri razionali sia nella scrittura come frazione che nella rappresentazione decimale. In questo contesto saranno studiate le proprietà delle operazioni.

Lo studente acquisirà una conoscenza intuitiva dei numeri reali, con particolare riferimento alla loro rappresentazione geometrica su una retta. La dimostrazione dell'irrazionalità di radice di 2 e di altri numeri sarà un'importante occasione di approfondimento concettuale. Lo studio dei numeri irrazionali e delle espressioni in cui essi compaiono fornirà un esempio significativo di applicazione del calcolo algebrico e un'occasione per affrontare il tema dell'approssimazione.

Impostazione del percorso

Nella costruzione del percorso il gruppo di lavoro ha scelto di utilizzare un approccio intuitivo, rimandando la formalizzazione di particolari aspetti (da scegliere in relazione al tipo di scuola) a momenti successivi (secondo biennio). Gli insiemi vengono, pertanto, introdotti per ampliamenti successivi e collocati sulla retta numerica fino a “riempirla”.

Prerequisiti

- **Conoscenza dei numeri naturali**
- **Saper operare con numeri naturali e frazioni**
- **Saper rappresentare numeri interi sulla retta numerica**
- **Saper utilizzare il teorema di Pitagora**

Connessione con gli altri risultati di apprendimento

- **La divisione di un segmento in n parti proporzionali**
- **La radice di 2 è un numero irrazionale**
- **Le medie**
- **$a(b+c)=ab+ac$**

Collocazione nella progettazione didattica complessiva

Il percorso si articola nell'arco del primo biennio. All'inizio del primo anno, si riprende lo studio dei numeri naturali, interi e frazionari, mettendo in evidenza il rapporto tra gli insiemi N , Z e Q . All'inizio del secondo anno, si invitano gli studenti a riflettere su quanto appreso sugli insiemi numerici per arrivare all'idea di numero reale.

Abilità

- **Riconoscere, ancorché a livello intuitivo, quale gerarchia lega gli insiemi numerici .**
- **Elaborare semplici espressioni numeriche utilizzando consapevolmente le proprietà delle operazioni.**
- **Dimostrare che $\sqrt{2}$ è un numero irrazionale.**
- **Calcolare l'ordine di grandezza di un numero e l'errore relativo di un valore approssimato.**

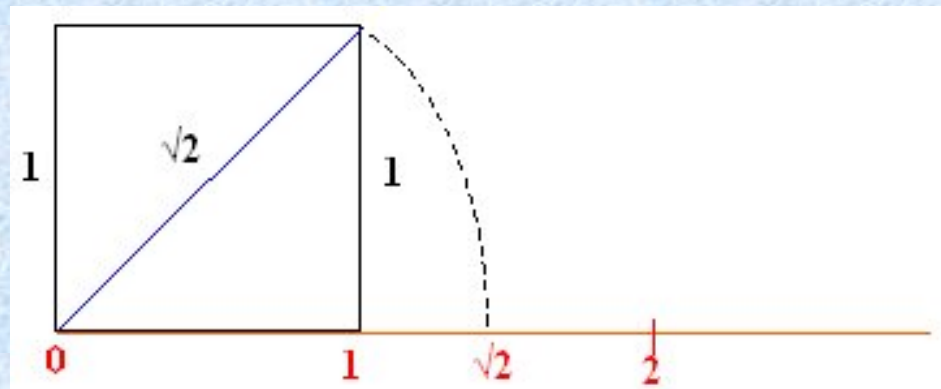
Abilità trasversali

- **Calcolare (anche con l'uso di strumenti di calcolo automatico).**
- **Fare congetture, dimostrare.**
- **Risolvere problemi.**

Organizzazione del percorso

Si può partire dall'idea di numero naturale, ben nota ai ragazzi, ed introdurre i numeri interi proponendo la risoluzione di problemi sia interni all'insieme dei naturali (sottrazione) che problemi esterni (debiti/crediti, temperature, livello del mare, ecc.). In modo analogo, si possono porre sia problemi interni a \mathbb{Z} (divisione) che problemi del mondo reale la cui soluzione conduce ad un numero che non è intero.

Infine, si può proporre il calcolo della diagonale di un quadrato di lato unitario, mediante l'utilizzo del teorema di Pitagora; ciò può costituire un punto di partenza per lo studio dei numeri reali.



Tutto il percorso, viene accompagnato dalla rappresentazione sulla retta che, man mano, si “riempie”.

Esempio di prova di verifica

- Siano a, b due qualsiasi numeri razionali positivi con $a > b$. È vero che $ab > a$?

Risposta: _____

- Fornisci una esauriente spiegazione della risposta. _____

- Illustrare con un diagramma il legame fra gli insiemi numerici

N, Z, Q, R

Vantaggi didattici...

L'approccio utilizzato per “ampliamenti successivi”:

- **ripercorre “a tratti” lo sviluppo storico delle idee;**
- **conduce gli studenti gradualmente ai numeri reali;**
- **si può usare “fino ad un certo punto” l'intuizione.**

...con qualche critica.

Il rischio che si corre è di far pensare agli studenti che sia possibile ampliare gli insiemi numerici in modo da risolvere qualunque problema!

Riprendendo un'osservazione di Russell: *“Il metodo di postulare l'esistenza di quello di cui si ha bisogno presenta certo molti vantaggi. Ma sono vantaggi identici a quelli del ladro rispetto all'onesto lavoratore.”*

Grazie per l'attenzione