

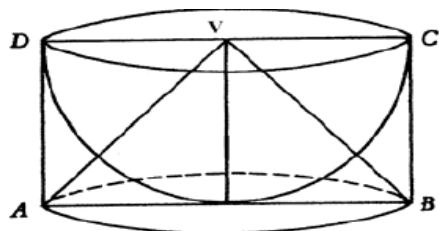
ALCUNI QUESITI DI CARATTERE STORICO-CULTURALE NELL'ESAME DI STATO

Nelle prove d'esame di matematica degli anni recenti si sono presentate con una certa regolarità alcune domande (spesso all'interno del questionario) caratterizzate da un particolare spessore storico-culturale.

Gli esempi sono vari:

2009, quesito n.3 (ord e pni):

Nei “*Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*”, Galileo Galilei descrive la costruzione di un solido che chiama *scodella* considerando una semisfera di raggio r e il cilindro ad essa circoscritto. La *scodella* si ottiene togliendo la semisfera dal cilindro. Si dimostri, utilizzando il principio di *Cavalieri*, che la *scodella* ha volume pari al cono di vertice V in figura.



Una dimostrazione classica della geometria solida, peraltro una vecchia conoscenza per l'esame: ad esempio nel 2001, il quesito n.1 (pni) suonava così:

Provare che una sfera è equivalente ai $\frac{2}{3}$ del cilindro circoscritto.

La formulazione del 2009 menziona esplicitamente l'opera di Galileo ed il principio di Cavalieri. Viene da chiedersi: quanti, rileggendo il quesito, saranno magari andati a leggersi il passo completo?

Qualcuno ne avrà tratto spunto per un percorso didattico?

(Osservando la figura uno studente ha chiesto se la *scodella* fosse o meno *bucata*: che valore può avere una domanda del genere?)

Il quesito n. 9 nel 2009 risultò essere il meno svolto in assoluto, fu indicato dalla maggioranza dei Commissari come il più difficile dei 10 per entrambe le tracce (ordinamento e PNI).

Ancora una suggestione galileiana.

L'opera è la stessa, poche pagine dopo, ma il terreno del quesito è diverso (ma non sconnesso tuttavia...).

2011, quesito n.5 (pni):

In una delle sue opere G. Galilei fa porre da Salviati, uno dei personaggi, la seguente questione riguardante l'insieme N dei numeri naturali ("i numeri tutti"). Dice Salviati: «...se io dirò, i numeri tutti, comprendendo i quadrati e i non quadrati, esser più che i quadrati soli, dirò proposizione verissima: non è così?». Come si può rispondere all'interrogativo posto e con quali argomentazioni?

E' la prima volta che il *confronto tra insiemi infiniti* (presente nei programmi Brocca e PNI) fa la sua comparsa all'esame di Stato. L'introduzione del tema avviene in modo semplice e storicamente significativo.

Il quesito risulta essere uno dei meno svolti.

Un'alta percentuale di Commissari lo indica tra quelli da considerare "fuori programma".

Si prosegue nel 2012, quesito n.4 (pni):

L'insieme dei numeri naturali e l'insieme dei numeri razionali sono insiemi equipotenti? Si giustifichi la risposta.

Anche questo sembra ricevere pochi favori dagli studenti, è tra i 2-3 meno affrontati, anche in questo caso una discreta percentuale di Commissari lo indica tra i “fuori programma”.

Altri spunti di carattere geometrico:

2012, quesito n.9 (ord e pni):

Il problema di Erone (matematico alessandrino vissuto probabilmente nella seconda metà del I secolo d.C.) consiste, assegnati nel piano due punti A e B, situati dalla stessa parte rispetto ad una retta r , nel determinare il cammino minimo che congiunge A con B toccando r . Si risolva il problema nel modo che si preferisce.

Un problema classico, fonte di molti sviluppi.

E' ragionevole che rientri nella cultura matematica di un giovane che conclude un valido percorso di liceo scientifico? Eppure è il quesito meno scelto per la traccia di ordinamento ed il penultimo per il PNI. Una percentuale elevata di Commissari lo classifica tra i "fuori programma" (PNI compreso).

Quesito in realtà già apparso in altre occasioni all'esame, per esempio:

2006, quesito n. 6 (pni):

In un piano sono dati una retta r e due punti A e B ad essa esterni ma situati nel medesimo semipiano di origine r . Si trovi il più breve cammino che congiunga A con B toccando r .

La differenza tra le due formulazioni sta nella menzione di Erone, non rilevante ai fini della risoluzione in senso stretto (e tuttavia ...).

Presenza alquanto ricorrente è la sezione aurea, in più occasioni. Ad esempio:

2005, quesito n.1 (ord e pni):

Si dimostri che il lato del decagono regolare inscritto in un cerchio è sezione aurea del raggio e si utilizzi il risultato per calcolare $\sin 18^\circ$ e $\sin 36^\circ$.

2008, quesito n.2 (ord e pni):

Ricordando che il lato del decagono regolare inscritto in un cerchio è sezione aurea del raggio, si provi che $\sin \pi/10 = (\sqrt{5} - 1)/4$.

Anche su questo terreno, sappiamo che nel 2005 il quesito n.1 fu il meno svolto in assoluto (sia per l'ordinamento che per il pni) e apparve il più difficile tra quelli assegnati ad oltre la metà dei docenti che parteciparono alla rilevazione.

Nel 2008, le richieste del quesito sono fortemente ridotte, ma le cose non vanno meglio (risulta ancora nel novero dei 2-3 meno svolti).

Vari commentatori si mostrano infastiditi per i ripetuti richiami alla tematica della sezione aurea, ma evidentemente l'assiduità non è sufficiente a rendere l'argomento né familiare né tantomeno banale.

Per concludere la carrellata.

2007, quesito n.1 (pni):

Si spieghi in che cosa consista il problema della quadratura del cerchio e se, e in che senso, si tratti di un problema risolubile o meno.

2011, quesito n.8 (ord e pni):

**In che cosa consiste il problema della *quadratura del cerchio*?
Perché è citato così spesso?**

In questo caso si rileva una differenza notevole tra ordinamento e PNI: il quesito è penultimo nelle preferenze per l'ordinamento, mentre è il quarto per il PNI.

Sarebbero, inoltre, da menzionare quantomeno i vari quesiti sulle geometrie non-euclidee, apparsi con una certa regolarità nelle prove per il PNI degli anni recenti, ma ritengo che la carrellata sia già sufficientemente significativa.

Pur nella loro eterogeneità, i quesiti passati in rassegna presentano alcuni tratti ricorrenti:

- introducono una chiara prospettiva di carattere storico e critico nelle prove di matematica (in genere classificate come prove “tecniche” per eccellenza);
- sono in genere domande “aperte”, non solo nella forma: in diversi casi aperte a considerazioni, osservazioni, approfondimenti, argomentazioni; la risposta “esatta” spesso non è facilmente schematizzabile o univocamente riassumibile;
- si prestano a molteplici itinerari di riflessione e di approfondimento.

Che ricezione hanno complessivamente incontrato tali domande apparse nei compiti dell'ultimo decennio?

Da parte degli studenti:

- in pochi le hanno svolte, regolarmente questi quesiti sono risultati agli ultimi posti per numero di scelte, compresi anche i temi che si sono presentati in più occasioni.

Da parte del pubblico e dei vari osservatori (solutori “ufficiali”, commentatori, luminari, etc.):

- le varie risposte pubblicate appaiono per lo più sbrigative, schematiche, riduttive;
- la reazione è stata più spesso di fastidio per la riproposizione delle questioni che non di interesse o di apprezzamento per le sollecitazioni culturali proposte, spesso rimaste in ombre.

Da parte degli insegnanti (in particolare i Commissari d'esame):

- frequente lamentela per la difficoltà a trattare aspetti storico-critici in classe;
- frequente lamentela per la difficoltà ad individuare la risposta attesa ed esprimere una valutazione degli svolgimenti;
- raro apprezzamento per le sollecitazioni culturali proposte.

Dai commenti degli insegnanti emerge:

- un certo fastidio per le richieste che esulano dai temi dell'analisi (o meglio, dallo studio di funzione canonicamente messo in scena);
- un certo disorientamento per i quesiti che, in qualche misura, tendono a sottrarsi alla mera classificazione giusto/sbagliato, completo/incompleto. L'insegnante di matematica pare voler rifuggire dall'esprimere valutazioni riguardanti aspetti quali la chiarezza argomentativa, l'organicità, la profondità delle considerazioni in una prova scritta (diversamente che per l'orale).

Molti commenti di insegnanti pongono l'accento su una sorta di nesso inevitabile ed insanabile tra scarsità del tempo a disposizione ed impossibilità a trattare gli aspetti culturali della matematica: questa percezione ci dice molto in merito all'approccio diffuso riguardo l'insegnamento della disciplina.

La possibilità di un incontro storicamente, culturalmente e criticamente consapevole con la matematica sembra essere avvertita come opzione aggiuntiva, un lusso possibile solo in casi speciali, qualcosa che sottrae più che aggiungere.

Nel comune sentire, una serie di curiosità e stravaganze che non sono di per sé importanti obiettivi di apprendimento, ma anzi tolgono tempo al resto, alle cose vitali. Non si ritiene, nel comune sentire, che proprio quello indicato possa essere luogo naturale di un incontro fruttuoso.

Il sottotesto comune a molti commenti pare essere che la trattazione dei temi non strettamente compresi nello studio di funzione venga a rappresentare una sorta di avversità, un intralcio che sottrae tempo all'attività di addestramento all'esecuzione di ciò che davvero è importante, lo studio di funzione canonicamente inteso.

Proporre simili sollecitazioni di carattere storico-culturale sembra essere quindi un'operazione almeno in parte impopolare e, per così dire, "coraggiosa".

Ne vale la pena? Sì, senza dubbio.

Richiamare, nei limiti di quanto ragionevole, anche in occasione dell'esame, la vicenda storica del sapere matematico, alcuni suoi nessi con il cammino della civiltà umana ha un valore di per sé qualificante.

Se anche certi spunti sono stati seguiti da pochi, comunque un seme è gettato (i quesiti rimangono, negli anni vengono ripresi e ripensati, generano idee, connessioni, percorsi di studio, restano nelle raccolte dei temi). Danno frutto nel tempo.

E nel futuro?

Non possiamo nasconderci che la presenza di simili spunti sia stata parecchio agevolata dalla peculiare struttura della prova d'esame in uso, che permette notevole opzionalità da parte del candidato nella scelta dello svolgimento: un unicum, nel panorama internazionale ed un unicum anche nel quadro delle seconde prove dell'esame in Italia.

L'attuale struttura della prova, lasciando al candidato la possibilità di giostrarsi come crede (e dunque non mira ad un controllo stringente delle conoscenze acquisite), ha reso abbastanza agevole la proposta di varie sollecitazioni di un certo spessore culturale senza suscitare reazioni particolarmente allarmate (gli studenti si sono limitati per lo più a schivare i quesiti più alieni), sollecitazioni che negli anni si sono accumulate fino a formare un piccolo e prezioso tesoro.

Qualunque sia il futuro della prova d'esame di matematica (che è immaginabile venga in futuro ripensata, nel quadro della messa a regime dei nuovi ordinamenti e anche con l'intento di superare i limiti piuttosto chiari dell'attuale struttura), sarà importante fare in modo di salvaguardare e, anzi, valorizzare ulteriormente, la sua valenza culturale (e dunque anche questi piccoli tesori che hanno dato un contributo in questo senso), evitando di svilirla a prova di mera esecuzione tecnica, slegata dal resto della cultura e della vicenda umana.

Segue un piccolo campionario dei pareri rilasciati dai Commissari d'esame in merito ai quesiti di carattere più spiccatamente “culturale” negli anni 2011 e 2012.

2011

1. alcuni quesiti, più' teorici, (1, 5, 8, 9) hanno avuto risposte molto approssimative.
2. Quesiti molto sbilanciati verso il punto di vista storico, non sempre trattati.
3. Maggiori difficoltà riscontrate nei quesiti teorici.
4. Quesiti sbilanciati verso il punto di vista storico che non sempre si riescono a trattare nel corso dell'anno scolastico
5. i quesiti 1, 5, 8, 9 nonostante noti a grandi linee ai candidati, non vengono trattati in modo tale da permetterne una trattazione
6. I problemi non presentavano particolari difficoltà. La presenza di ben tre quesiti relativi alla storia della matematica ha penalizzato gli studenti: questi argomenti, per motivi di tempo, non si affrontano in modo approfondito durante il corso di studi.

7. Di difficoltà eccessivamente diversificata i quesiti. Gli argomenti tipici del pni sono troppo compressi: sempre e solo risoluzione approssimata di equazioni. Argomenti come i confronti degli insiemi infiniti (quesito 5) e la quadratura del cerchio (quesito 8) non compaiono esplicitamente nei programmi ministeriali.

8. Quesiti 1, 5, 8 hanno determinato una flessione in negativo perchè riguardanti argomenti svolti in parte o non svolti nel corso dell'ultimo anno.

9. Ci sono alcuni quesiti che riguardano argomenti non trattati nei programmi, soprattutto le geometrie non euclidee e la corrispondenza tra sottoinsiemi infiniti di N .

10. Il testo proposto conteneva quesiti relativi ad argomenti quasi mai trattati nei programmi, i ragazzi hanno risposto in modo superficiale non avendo rigorose conoscenze sull'argomento (quesiti 1 e 5).

11. **Buona l'introduzione di quesiti che riguardano la storia della matematica**, a volte i singoli quesiti hanno calcoli e distrattori che fanno perdere molto tempo ai ragazzi.

12. Troppo poco presenti argomenti molto canonici, non metterei quesiti troppo aperti e soggettivi quali geometrie non euclidee e quadratura del cerchio.

13. La difficoltà maggiore riscontrata è stata nei quesiti. In particolare i nr. 1, 5, 8 e 9 a causa di argomenti non trattati.

14. I quesiti erano in generale più complessi rispetto a quelli dell'anno precedente e poco incentrati sul programma del quinto anno o perlomeno sulle conoscenze e competenze che gli studenti hanno bisogno di acquisire per i futuri studi universitari.

15. Alcuni quesiti (n. 1, 5, 8) hanno una formulazione troppo generica, che non permette una valutazione graduata e oggettiva sulle singole risposte.

16. Per quanto riguarda i quesiti si ritiene consigliabile evitare domande di tipo discorsivo che presentano difficoltà per i ragazzi che devono svolgerle e per i docenti che devono valutarle.

17. Prova di media complessità, problema in un accordo con i programmi svolti. Quesiti 1, 5, 8, 9 relativi ad argomenti spesso non trattati.

18. E' necessario avere un syllabus. E' preferibile che le richieste un po' particolari siano nei quesiti e non nel problema. I quesiti su quadratura del cerchio e geometrie non euclidee sono apparsi un po' vaghi, sarebbe auspicabile una richiesta più precisa.

19. Le difficoltà incontrate dai candidati sono dipese da: - presenza di ben tre quesiti a carattere fortemente teorico - riferimenti al programma svolto in anni precedenti - calcolo di un volume (problema 2) tramite integrale di un tipo poco frequente nei libri di testo

20. Forse sarebbero da evitare quesiti tipo il numero 1 e il numero 8 in cui è soggettivo come valutare la completezza della risposta; sono preferibili quesiti più puntuali e definiti.

21. Nei quesiti argomenti che non trovano una collocazione naturale nell'attuale svolgimento della disciplina. Se si richiede una maggiore attenzione alla storia della matematica occorre alleggerire la complessità dei programmi e comunque avere indicazioni più chiare sulle abilità richieste relativamente ai vari argomenti su tutto il quinquennio.

22. I quesiti a carattere maggiormente teorico non sono risultati aderenti a quegli elementi di storia della matematica la cui proposta, per quanto sempre auspicata, difficilmente trova spazio nella concreta attuazione dei percorsi curricolari.

23. Nella formulazione della traccia si dovrebbe tener conto della parte di programmi che normalmente si riesce a svolgere nelle classi e non porre domande strane che creano solo difficoltà e impediscono di verificare le conoscenze sui tanti altri argomenti veramente trattati.

24. La prova è da ritenersi affrontabile con un approccio diverso, si è dovuto fare ricorso alla logica ed al ragionamento.

25. La prova è ben articolata, con giusto equilibrio tra calcolo e riflessione teorica e con quesiti che riguardano diversi ambiti e permettono all'allievo di esprimere al meglio le conoscenze acquisite.

26. Per la loro particolarità, diversi tra i quesiti proposti non sono allineati alla verosimile preparazione media di uno studente di v liceo.

27. I quesiti q1, q5 e q8 esulano dai programmi trattati a scuola e sono di difficile valutazione per l'insegnante poichè troppo discorsivi.

28. I quesiti teorici, quelli che non richiedevano applicazioni numeriche ma solo trascrizione di concetti e nozioni, sono stati scelti da molti alunni che hanno utilizzato contenuti appresi nello studio di altre discipline (molti alunni conoscevano il problema della quadratura del cerchio perchè ne parla dante nel paradiso).

29. I problemi sono adeguati. Il questionario è eccessivamente orientato verso argomenti di carattere complementare che, seppure interessanti, non sono di solito affrontati in classe in maniera sufficientemente approfondita.

30. I quesiti erano sufficientemente variegati e consentivano al candidato di esprimere le proprie conoscenze, anche se rimane qualche dubbio sull'utilità di riproporre argomenti che esulano dal programma (ad esempio quadratura del cerchio).

31. A parere personale sarebbero da evitare i quesiti di tipo storico filosofico: nella migliore delle ipotesi gli studenti scrivono banalità.

32. Alcuni quesiti erano di difficile trattazione per cui ci si è accontentati di risposte superficiali (vedi quadratura del cerchio e geometrie non euclidee.)

33. Troppi quesiti di carattere storico e assente la parte dei teoremi del calcolo differenziale

34. I quesiti teorici non sono utili per valutare gli allievi.

35. La prova mette in difficoltà soprattutto sulle questioni teoriche ai quali gli studenti non sono molto abituati. E' frequente trascurare la teoria per dar spazio a tutti quegli argomenti potenzialmente presenti nella prova, alcuni dei quali spesso trattati superficialmente per mancanza di tempo. Il programma ministeriale è troppo vasto per essere svolto bene nei tempi curriculari previsti.

36. La prova è risultata ben calibrata rispetto ai programmi effettivamente svolti, a parte i quesiti di carattere storico- matematico e per alcuni aspetti quelli di geometria nello spazio, la cui risoluzione è affidata quasi esclusivamente all'intuito e alle conoscenze personali del candidato, dato che per ragioni di tempo spesso in classe non si possono affrontare i temi trattati in questi quesiti.

37. Entrambi i problemi hanno richiesto conoscenze approfondite sullo studio di funzione e calcolo integrale e poche abilità logiche ed argomentative proprie dei contenuti di natura geometrica. Quache opportunità è emersa nel questionario. **Sono stati apprezzati i quesiti di natura storica.**

38. I quesiti q1, q5 e q8 esulano dai programmi trattati e sono di carattere discorsivo, quindi di difficile valutazione.

39. quesiti 1 e 8 vaghi; meglio una richiesta in cui si pervenga a un risultato piuttosto che una richiesta vaga.

40. Per quanto concerne il questionario può essere apprezzata la possibilità data ai candidati di scegliere tra quesiti puramente teorici (n°1, n°5, n°8), che sollecitavano una riflessione critica, e quesiti di natura puramente applicativa. Particolare attenzione merita il quesito n°10 posto in maniera non tradizionale, che richiedeva una riflessione critica, un attento ragionamento

41. il quesito sulle geometrie non euclidee non viene spesso affrontato nei programmi in modo adeguato. **il quesito sulla quadratura del cerchio è obsoleto.**

2012

1. Il quesito 4, nonostante sia stato affrontato dagli studenti, riguarda una parte del programma che il docente ritiene che solo occasionalmente venga svolto

2. Nel complesso la traccia è risultata chiara e ben strutturata: soltanto i quesiti 4 e 9, legati alla storia della matematica (argomento non trattato in classe), sono risultati difficili.

3. Alcuni argomenti ritenuti di nicchia, ad esempio relativi alla storia delle matematiche o alle strutture algebriche richiederebbero un tempo maggiore di sviluppo rispetto alla necessità di tempo, sempre presente nell'insegnante, occorrente per fornire gli strumenti essenziali, ad esempio nel calcolo differenziale.

4. L'assegnazione di quesiti, come il n.4, che richiamano argomenti svolti nella classe seconda o comunque nei primi anni di studio ci sembra discutibile.

5. Si richiede una maggiore presenza degli argomenti svolti nell'ultimo anno scolastico.

6. Ci aspettavamo uno STUDIO DI FUNZIONE completo con obiettivo finale il GRAFICO in almeno uno dei due problemi, come è avvenuto ogni anno ad eccezione di questo..peccato!!

7. I quesiti sono parsi adeguati e non particolarmente difficili, a parte quelli sulla geometria solida e sulla potenza degli insiemi, argomenti non toccati dal programma.

8. L'unica situazione da rilevare è per il quesito 4: i candidati, pur conoscendo la risposta corretta, non avevano visto la relativa dimostrazione.

9. MANCA LO STUDIO DI FUNZIONE "CLASSICO" A CUI TRADIZIONALMENTE VIENE DEDICATO MOLTO TEMPO DURANTE L'ANNO SCOLASTICO