

ESAMI DI MATURITA' MAGISTRALE SPERIMENTALE
PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di Matematica

1. Di una curva continua $y=f(x)$ si sa che :

$$\begin{aligned} f(-2) &= 8 & f'(2) &= f'(-2) = 0 \\ f(0) &= 4 & f'(x) &< 0 \text{ per } |x| < 2 \\ f(2) &= 0 & f''(x) &< 0 \text{ per } x < 0 \\ f'(x) &> 0 \text{ per } |x| > 2, & f''(x) &> 0 \text{ per } x > 0 \end{aligned}$$

Il candidato

- a) disegni il grafico di una curva siffatta;
- b) trovi una espressione polinomiale di grado minimo che presenti le caratteristiche assegnate per la funzione $f(x)$;
- c) calcoli l'area della parte finita di piano, compresa fra il grafico e l'asse delle x ;
- d) con riferimento alla cubica $y = x^3$ ne illustri le variazioni del grafico per l'aggiunta di un termine kx al variare di k nell'insieme dei numeri reali ;
- e) dimostri che ogni curva di equazione $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ ha uno ed un solo punto di flesso, rispetto a cui è simmetrica.

2. Dopo aver preso in esame i seguenti enunciati, stabilire se sono veri motivando esaurientemente la risposta :

- a) se in un triangolo isoscele la base è la sezione aurea del lato, l'angolo al vertice è un quinto d'angolo piatto ;
- b) la somma delle facce di un angoloide è minore o uguale ad un angolo giro ;
- c) perché due numeri a, b ($a \geq b$) divisi per un terzo numero k diano resti uguali, è necessario e sufficiente che la loro differenza sia divisibile per k .

Durata massima della prova : 4 ore
E' consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile e la consultazione del vocabolario d'Italiano.
Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema