

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO SPERIMENTALE  
Tema di: MATEMATICA E INFORMATICA

1. Il candidato dopo aver dato una giustificazione della formula d'integrazione per parti:

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx \quad (1)$$

dica cosa c'è di sbagliato nel ragionamento seguente:

sia da calcolare

$$\int \frac{1}{x} dx$$

applicando la (1) con  $f(x) = 1/x$  e  $g'(x) = 1$ , otteniamo:

$$\int \frac{1}{x} dx = \int \frac{1}{x} \cdot 1 \cdot dx = \frac{1}{x} \cdot x - \int \left(-\frac{1}{x^2}\right) \cdot x dx = 1 + \int \frac{1}{x} dx$$

da cui, eliminando  $\int \frac{1}{x} dx$  da ambo i membri, segue:  $0 = 1$ .

Successivamente applichi la (1) per calcolare l'integrale definito:

$$\int_0^1 e^x (x^2 + x + 1) dx$$

2. Il candidato affronti le seguenti questioni:

- fra tutti i cilindri iscritti in un cono circolare retto ha volume massimo quello la cui altezza è la terza parte dell'altezza del cono.
- dopo averlo esposto applicare il teorema di *de L'Hôpital* per dimostrare che, per  $n$  finito,  $n \in \mathbb{N}$ , si ha  
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{2^x} = 0$$
;
- esporre una strategia numerica per il calcolo approssimato di  $\log 2$ .

3. Nel piano riferito a coordinate cartesiane ortogonali monometriche  $(x, y)$  si consideri la curva  $g$  di equazione:

$$y = a \operatorname{sen}^2 x + b \operatorname{sen} x - \frac{5}{2}$$

- Si determinino i coefficienti  $a$  e  $b$  affinché  $g$  abbia un flesso nel punto  $(p/6, 0)$ ;
- si disegni il grafico della curva, per i valori di  $a$  e di  $b$  così trovati, nell'intervallo  $[0, 2p]$ ;
- si determini l'area della regione limitata dalla curva, dall'asse  $x$  e dalle rette:

$$x = \frac{\pi}{6} \quad e \quad x = \frac{5}{6}\pi$$

Infine, si esponga un algoritmo per il calcolo approssimato di  $p$ .



Durata massima consentita dell'uso della calcolatrice scientifica: 6 ore. Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.

Osservazioni (di F. Casolaro)