

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO DI ORDINAMENTO

Tema di Matematica

1. E' assegnata, nel piano riferito ad assi cartesiani ortogonali Oxy, la curva g di equazione :

$$y = 1 - \frac{1}{1+x^2}$$

Il candidato

- a) studi e disegni il grafico di g e quello della curva g_1 simmetrica di g rispetto alla retta $y = 1$
- b) determini k ($k > 0$) in modo tale che la regione limitata da g e g_1 e dalle rette $x = \pm k$ sia equivalente al cerchio di raggio unitario.
- c) dica in che cosa consista il problema della **quadratura del cerchio** e perché venga definito **un problema classico**.

2. E' assegnato un tronco di cono il cui volume è doppio di quello di una sfera di raggio r. Stabilire se tale tronco può essere circoscritto alla sfera e in caso affermativo esprimere i raggi delle basi del tronco in funzione del raggio r della sfera. Generalizzare la questione ponendo uguale a k il rapporto tra il volume del tronco di cono e quello della sfera ; stabilire le condizioni di risolubilità del problema illustrando altresì il caso $k = 3/2$.

3. Della parabola $f(x) = ax^2 + bx + c$ si hanno le seguenti informazioni, tutte localizzate nel punto $x = 0$: $f(0) = 1$, $f'(0) = 0$, $f''(0) = 2$.

- Determinata la parabola, si scrivano le equazioni delle tangenti ad essa condotte per il punto P dell'asse y di modo che valga 60° l'angolo \widehat{APB} , essendo A e B i rispettivi punti di tangenza ;
- accertato che il punto P ha ordinata $1/4$, si scriva l'equazione della circonferenza passante per A, B e P ;
- si calcolino le aree delle due parti in cui la circonferenza risulta divisa dall'arco di parabola di estremi A e B.

La prova richiede lo svolgimento di due soli problemi, scelti tra quelli proposti