

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO DI ORDINAMENTO

Tema di Matematica

1. Data una semicirconferenza di centro O e di diametro AB=2, si assuma su di essa un punto C in modo che l'angolo \widehat{AOC} sia acuto. Indicata con φ l'ampiezza di tale angolo, siano:

$$x = \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2},$$

$y =$ raggio della circonferenza tangente tanto al diametro quanto, nel punto C, alla semicirconferenza. Dopo aver dimostrato che il centro di tale circonferenza appartiene al raggio OC, si studi e si rappresenti graficamente la funzione $y = f(x)$ senza tenere conto delle limitazioni di natura geometrica poste ad x dal problema.

2. Si deve costruire un recipiente a forma di cilindro circolare retto che abbia una capacità di $16\pi \text{ cm}^3$. Il candidato determini le dimensioni del recipiente che richiederanno la quantità minima di materiale. Verificato che il cilindro cercato è quello equilatero, si determinino la superficie ed il volume della sfera ad esso circoscritta. Considerate infine le formule

$$V = \frac{4}{3}\pi x^3 \quad \text{e} \quad S = \pi x^2$$

che danno rispettivamente il volume di una sfera di raggio x e l'area di un cerchio sempre di raggio x se ne illustrino i risultati della derivazione rispetto a x.

3. L'informazione che si ha della parabola $f(x) = ax^2 + bx + c$ è tutta concentrata nel punto di ascissa $x=5$ ed è:

$$f(5) = 0, \quad f'(5) = -1 \quad \text{e} \quad f''(5) = -\frac{1}{2}$$

- determinata la parabola e detti A e B i suoi punti di intersezione con l'asse x calcolare l'area del triangolo ABC ove con C si è denotato il punto di incontro delle tangenti alla parabola in A e in B e stabilire il rapporto tra tale area e quella del segmento parabolico di base AB.
- stabilire altresì il rapporto tra i volumi descritti dalle aree prima considerate per effetto della loro rotazione completa attorno all'asse x.

La prova richiede lo svolgimento di due soli problemi, scelti tra quelli proposti