

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
PIANO NAZIONALE DI INFORMATICA

1. È assegnata la curva  $g$  di equazione  $y = e^{-(x/a)^2}$  dove  $a$  è una costante positiva.

- Il candidato:
- studi e disegni il grafico di  $g$ ;
  - verifichi in particolare che essa ammette due punti di flesso  $F_1$  e  $F_2$  di ascisse rispettive  $x_1 = -a\sqrt{2}/2$  e  $x_2 = a\sqrt{2}/2$ ;
  - fornisca col metodo dei trapezi una stima dell'area della regione del piano delimitata dal grafico di  $g$  sull'intervallo di estremi  $x_1$  e  $x_2$  e dal segmento  $F_1F_2$ ;
  - dica se il risultato ottenuto rappresenti una stima per difetto o per eccesso del risultato esatto;
  - illustri la relazione che intercorre tra  $g$  e la curva normale di Gauss utilizzata nella statistica.

2. Il triangolo  $ABC$ , rettangolo e non isoscele, è la base di una piramide di altezza  $3a\sqrt[3]{2}$ .  
Le misure dei suoi cateti sono date da due delle tre radici dell'equazione:

$$4x^3 - 11ax^2 + 10a^2x - 3a^3 = 0$$

- Il candidato:
- determini la distanza  $k$  di un piano  $\alpha$  dal vertice della piramide sapendo che  $\alpha$  è parallelo al piano del triangolo  $ABC$  e taglia la piramide in due parti equivalenti.
  - determini  $k$  nel caso in cui il triangolo  $ABC$  ha un cateto che misura  $a$  e l'altro cateto è una soluzione, approssimata con due cifre significative, dell'equazione:

$$x^3 + 4xa^2 - 2a^3 = 0$$

- esponga il procedimento utilizzato per il calcolo approssimato della radice dell'equazione proposta.

3. Si consideri l'esperimento consistente nell'estrazione a caso di 5 palline, una dopo l'altra, senza reimbussolamento delle palline estratte, da un sacchetto contenente 90 palline numerate da 1 a 90, aventi tutte le stesse possibilità di uscita (*gioco del Lotto*).

- Dire se è più probabile che, prescindendo dall'ordine di uscita, esca:
  - la cinquina di numeri "successivi"  $\{1,2,3,4,5\}$  o la cinquina di numeri "non successivi"  $\{2,3,5,8,13\}$ ;
  - una qualunque cinquina di numeri "successivi" o una qualunque cinquina di numeri "non successivi".
- Prese in esame le due seguenti proposizioni:
 

A: « La probabilità che il 2° numero estratto sarà il "90" è  $1/89$  »,  
 B: « La probabilità che nei 5 numeri estratti ci sarà il "90" è  $5/90$  », stabilire quali delle seguenti implicazioni sono vere e quali no e fornire esaurienti spiegazioni:

$$(1) A \rightarrow B, \quad (2) B \rightarrow A, \quad (3) \bar{A} \rightarrow \bar{B}, \quad (4) \bar{B} \rightarrow \bar{A}$$

- c) Supposto di puntare una determinata somma sull'uscita dei tre numeri 14, 8, 42 sulla "Ruota" di Napoli, calcolare la probabilità di vincita (*fare un terno al Lotto*). Se il gioco fosse equo e la puntata fosse di 5 Euri, quanto dovrebbe pagare lo Stato in caso di vincita del giocatore?
- d) Supponendo di ripetere  $n$  volte l'esperimento considerato, calcolare la probabilità che il "90" esca, tra i 5 numeri estratti:
- al più 5 volte;
  - per la prima volta proprio alla  $n$ -esima estrazione. Qual è il più piccolo valore di  $n$  per cui questa probabilità non supera  $10^{-10}$ ?