

## Quesiti della classe A047

1. Qual è l'insieme dei punti  $P(x,y)$  del piano rappresentato dal seguente sistema di

$$\text{disequazioni } \begin{cases} |x| < |y| \\ |x+1| > |y+1| \end{cases} ?$$

- A) un angolo;
- B) l'unione di due angoli;
- C) un triangolo;
- D) una striscia di piano;
- E) una semistriscia (intersezione tra un semipiano e una striscia).

2. La funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = x \operatorname{sen} x$  è

- A) pari;
- B) dispari;
- C) né pari né dispari;
- D) pari per  $x > 0$  e dispari per  $x < 0$ ;
- E) pari per  $x < 0$  e dispari per  $x > 0$ .

3. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano  $(O, x, y, z)$ , l'equazione del piano passante per il punto  $P(1, 0, 0)$  e per la retta  $r: x + y - 1 = 2x - z = 0$  è:

- A)  $x + y - 1 = 0$
- B)  $2x + 2y - z - 2 = 0$
- C)  $2x - z = 0$
- D)  $2x + 3y - 2 = 0$
- E)  $x - y - 1 = 0$

4. Il sistema lineare non omogeneo con coefficienti dipendenti dal parametro reale  $h$

$$\begin{pmatrix} h & 1 & 1-h \\ 0 & 1-h & 1 \\ 1 & h & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ h \\ 1 \end{pmatrix}$$

ammette un'unica soluzione se e solo se:

- A)  $h \neq 0$
- B)  $h = 0$  e  $h = 1$
- C)  $h \neq 0$  e  $h \neq 1$
- D)  $h = 1$
- E)  $h = 0$

5. Sia  $u \in C^1(\mathbb{R})$ , tale che  $u'(x) + 7u(x) = 7 \quad \forall x \in \mathbb{R}$  e  $u(0) = 7$ ; allora  $u'(0)$  vale:

- A) -56
- B) -42
- C) -7
- D) 7
- E) 49

6. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale  $(O, x, y)$ , l'equazione della parabola di vertice  $V(0,1)$  e fuoco  $F(1, 0)$  è:

- A)  $x^2 - y^2 - x + y = 0$
- B)  $y = 1 - x^2$
- C)  $x^2 + y^2 + 2xy + 6x - 10y - 7 = 0$
- D)  $x^2 + y^2 + 2xy - 10x + 6y - 7 = 0$
- E)  $x^2 + y^2 + xy - 1 = 0$

7. Sia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione dispari tale che  $f \in C^1(\mathbb{R})$ . Allora si ha che  $f'(2)$  è:

- A) uguale a  $-f'(-2)$ ;
- B) uguale a  $f'(-2)$ ;
- C) uguale a  $2f'(-2)$ ;
- D) uguale a  $-2f'(-2)$ ;
- E) sempre positiva.

8. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano ortogonale  $(O, x, y, z)$ , l'equazione della superficie ottenuta dalla rotazione della retta  $s$  di equazioni  $x-1 = y+3 = 0$  attorno alla retta  $r$  di equazioni:  $x = y = 0$  è:

- A)  $x^2 + y^2 - 2z^2 = 0$
- B)  $x^2 + y^2 - 2z^2 - 2z - 1 = 0$
- C)  $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$
- D)  $x^2 + y^2 - 10 = 0$
- E)  $x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$

9. Il resto della divisione di  $x^4$  per  $x^2 + 1$  è:

- A)  $x + 1$
- B)  $x - 1$
- C)  $1$
- D)  $-1$
- E)  $0$

10. Le soluzioni della disequazione  $e^{x+1} < \frac{1}{e^{-x}}$  sono:

- A) nessun valore reale di  $x$ ;
- B) ogni valore reale di  $x > 0$ ;
- C) ogni valore reale di  $x > 1$ ;
- D) ogni valore reale di  $x < 0$ ;
- E) ogni valore reale di  $x$ .

11. Quanti sono gli  $x \in \mathbb{R}$  tali che  $|\ln |x|| = e^{-|x|}$  ?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

12. Il prodotto di  $2^n + 1$  simmetrie assiali è:

- A) una simmetria centrale;
- B) una traslazione;
- C) una rotazione;
- D) una glissosimmetria;
- E) una simmetria assiale.

13. In geometria iperbolica, indicando con  $x$  la somma delle misure, in gradi, degli angoli interni di un triangolo, si ha:

- A)  $x = 180$ ;
- B)  $x = 270$ ;
- C)  $90 \leq x \leq 180$ ;
- D)  $x = k$ , intero fissato minore di 180;
- E)  $0 < x < 180$ .

14. L'equazione  $(x^2 + x + 1)(x^2 - 3x + 1) = 0$

- A) non ammette soluzioni reali;
- B) ammette una sola soluzione reale;
- C) ammette due sole soluzioni reali;
- D) ammette tre sole soluzioni reali;
- E) ammette quattro soluzioni reali.

15. Siano  $\mathbf{R}^+$  l'insieme dei numeri reali positivi con la struttura moltiplicativa e  $\mathbf{Q}^+$  l'insieme dei numeri razionali non negativi con la struttura additiva. Allora:

- A) sia  $\mathbf{R}^+$  che  $\mathbf{Q}^+$  sono gruppi;
- B)  $\mathbf{R}^+$  è un gruppo,  $\mathbf{Q}^+$  non è un gruppo;
- C)  $\mathbf{R}^+$  non è un gruppo,  $\mathbf{Q}^+$  è un gruppo;
- D)  $\mathbf{R}^+$  e  $\mathbf{Q}^+$  non sono gruppi;
- E) sia  $\mathbf{R}^+$  che  $\mathbf{Q}^+$  hanno lo stesso elemento neutro.

16. Il polinomio  $x^4 + 1$

- A) è irriducibile in  $\mathbf{C}[x]$ ;
- B) è irriducibile in  $\mathbf{R}[x]$ ;
- C) è riducibile in  $\mathbf{Q}[x]$ ;
- D) è riducibile in  $\mathbf{R}[x]$ ;
- E) non è riducibile in alcun anello di polinomi.

17. Con una trasformazione affine del piano è sempre possibile trasformare:

- A) un triangolo rettangolo isoscele in un qualsiasi triangolo;
- B) un quadrato in un trapezio isoscele;
- C) un quadrato in un trapezio rettangolo;
- D) un quadrato in un triangolo rettangolo isoscele;
- E) una circonferenza in una iperbole.

18. Siano  $\{a_n\}$  e  $\{b_n\}$  due successioni di numeri reali. Se  $\{a_n\}$  diverge negativamente e  $\{b_n\}$  è limitata superiormente, allora:

- A) la successione somma  $\{a_n + b_n\}$  diverge negativamente;
- B) la successione somma  $\{a_n + b_n\}$  diverge positivamente;
- C) la successione somma  $\{a_n + b_n\}$  converge;
- D) la successione somma  $\{a_n + b_n\}$  è oscillante;
- E) nulla si può dire in generale sul limite della successione somma  $\{a_n + b_n\}$ .

19. Risulta:

A) 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos \frac{1}{n}}{\operatorname{sen} \frac{1}{n}} = 1$$

B) 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left( 1 - \cos \frac{1}{n} \right)}{\operatorname{sen} \frac{1}{n}} = \frac{1}{2}$$

C) 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left( 1 + \operatorname{sen} \frac{1}{n} \right)^2 - 1}{\frac{1}{n}} = 1$$

D) 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log \left( 1 + \cos \frac{1}{n} \right)}{\frac{1}{n}} = 1$$

E) 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log \left( 1 + \cos \frac{1}{n^2} \right)}{\frac{1}{n^2}} = 1$$

20. Quale tra le seguenti funzioni della variabile reale  $x$  è uniformemente continua in  $]0, +\infty[$ ?

- A)  $x^2$
- B)  $\text{sen}x$
- C)  $1/x$
- D)  $x \ln x$
- E)  $x^2 \ln x^2$

21. Sia  $T$  il dominio piano definito dalle limitazioni  $0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq x$ . L'integrale doppio  $\iint_T x dx dy$  è uguale a:

- A) 0
- B) -23
- C) 54
- D)  $1/3$
- E)  $1/5$

22. La funzione  $f(x) = \begin{cases} \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$  è:

- A) continua per  $x = 0$ ;
- B) derivabile per  $x = 0$ ;
- C) integrabile nell'intervallo  $[1, 2]$ ;
- D) non integrabile in alcun intervallo finito;
- E) non derivabile in alcun punto.

23. Un polinomio a coefficienti reali ammette certamente una radice reale:

- A) se il suo grado è un numero primo;
- B) se il suo grado è un numero pari;
- C) se il suo grado è un numero dispari;
- D) qualunque sia il suo grado;
- E) se il suo grado è un quadrato perfetto.

24. Quale di questi poligoni regolari non si può costruire con riga e compasso?

- A) pentagono
- B) esagono
- C) ettagono
- D) ottagono
- E) decagono.

25. In  $\mathbf{R}$  sia  $x = 2 + \sqrt{3}$  e sia  $L = \{a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \mid n \geq 0, a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbf{Q}\}$  con le usuali operazioni di somma e prodotto.

- A)  $L$  è uno spazio vettoriale su  $\mathbf{Q}$  di dimensione infinita;
- B)  $L$  è uno spazio vettoriale su  $\mathbf{Q}$  di dimensione due;
- C)  $L$  è uno spazio vettoriale su  $\mathbf{R}$  di dimensione infinita;
- D)  $L$  è uno spazio vettoriale su  $\mathbf{R}$  di dimensione due;
- E)  $L$  non è uno spazio vettoriale su  $\mathbf{Q}$ .

26. Dato  $x$  reale, la disuguaglianza  $\sqrt{2x^2 - x + 1} < x$  è verificata

- A) solo per  $x < 1/2$ ;
- B) per nessun  $x$ ;
- C) solo per  $x > 1$ ;
- D) per ogni  $x$ ;
- E) solo per  $0 < x < 3$ .

27. La funzione  $f(x) = \frac{\log x}{x}$  è crescente:

- A) se  $0 < x < e$ ;
- B) se  $e < x < \infty$ ;
- C) su tutti gli intervalli compatti;
- D) su tutta la semiretta reale positiva;
- E) mai.

28. Una proposizione è indecidibile quando:

- A) è sempre vera;
- B) è sempre falsa;
- C) non si può stabilire il suo valore di verità;
- D) non si può dire nulla sulla natura della proposizione;
- E) a volte è vera a volte è falsa.

29. La derivata di una funzione reale di variabile reale in un punto rappresenta:

- A) la tangente nel punto;
- B) la tangente geometrica nel punto;
- C) il coefficiente angolare;
- D) il coefficiente angolare della retta tangente nel punto;
- E) il coefficiente angolare della tangente trigonometrica nel punto.

30. In un insieme costituito da 35 numeri interi positivi, 21 di essi sono multipli di 3, 18 sono multipli di 5 e 4 non sono divisibili né per 3 né per 5. Quanti multipli di 15 contiene l'insieme?

- A) 3
- B) 8
- C) 18
- D) 39
- E) non si può sapere.

31. Un insieme ha la potenza del continuo se:

- A) sull'insieme è definita una funzione continua;
- B) l'insieme è in corrispondenza biunivoca con  $\mathbf{R}$ ;
- C) l'insieme è in corrispondenza biunivoca con  $\mathbf{Q}$ ;
- D) l'insieme è in corrispondenza biunivoca con  $\mathbf{N}$ ;
- E) l'insieme è in corrispondenza biunivoca con  $\mathbf{Z}$ .

32. Dati in  $\mathbf{R}[x]$  i polinomi:  $f = x^3 - 3x + 2$  e  $g = x^2 - 1$

- A) essi sono primi tra loro;
- B)  $f$  è divisibile per  $g$ ;
- C) Il resto della divisione di  $f$  per  $g$  è  $1 - 2x$ ;
- D) Il resto della divisione di  $f$  per  $g$  è  $1 + 2x$ ;
- E)  $x - 1$  è massimo comun divisore fra  $f$  e  $g$ .

33. Il volume della regione di spazio determinata dalla disequazione  $x^2 + y^2 + z^2 < 9$  è

- A) non misurabile;
- B)  $36\pi$ ;
- C)  $9\pi^2$ ;
- D)  $27\pi$ ;
- E)  $+\infty$ .

34. Un insieme di proposizioni si dice "coerente" quando:

- A) è possibile dedurre da esse un'affermazione  $A$  e anche la sua negazione "non  $A$ ";
- B) è possibile dedurre da esse la negazione "non  $A$ ";
- C) è possibile dedurre da esse l'affermazione  $A$ ;
- D) non è possibile dedurre da esse "non  $A$ ";
- E) non è possibile dedurre da esse un'affermazione  $A$  e anche la sua negazione "non  $A$ ".

35. Le funzioni continue su un dominio  $D$  del piano sono limitate

- A) se  $D$  è chiuso;
- B) se  $D$  è limitato;
- C) se  $D$  è chiuso e limitato;
- D) se  $D$  è numerabile;
- E) se  $D$  è convesso.

36. La funzione  $f(x) = |x|$  è:

- A) discontinua per  $x = 0$ ;
- B) continua e derivabile per  $x = 0$ ;
- C) continua ma non derivabile per  $x = 0$ ;
- D) derivabile ma non continua per  $x = 0$ ;
- E) Non derivabile in alcun punto.

37. Se le somme parziali di una serie sono date da:  $s_n = \frac{1 - q^n}{1 - q}$ , quale di queste affermazioni

è vera?

- A) la serie converge per  $-2 < q < 0$ ;
- B) la serie diverge per  $q \leq -1$ ;
- C) la serie diverge per  $-1 < q < 1$ ;
- D) la serie converge per  $-1 < q < 1$ ;
- E) la serie è oscillante.

38. La funzione  $f(x) = x^3$  è convessa

- A) su tutti gli intervalli compatti;
- B) su tutta la retta reale;
- C) sulla semiretta positiva;
- D) sulla semiretta negativa;
- E) mai.

39. Si consideri il seguente Modello Geometrico:  $\{A, B, C, D\}$  il piano;  $\{A, B\}$ ,  $\{A, C\}$ ,  $\{A, D\}$ ,  $\{B, C\}$ ,  $\{B, D\}$ ,  $\{C, D\}$  le rette. Quale dei seguenti assiomi del piano è verificato?

- A) per due punti distinti c'è sempre una retta che passa per essi;
- B) per tre punti distinti passa una retta;
- C) due rette distinte hanno sempre un punto in comune;
- D) ci sono rette che non appartengono al piano;
- E) presi comunque due punti  $X$  e  $Y$ , c'è almeno un punto  $Z$  della retta  $XY$  che giace fra  $X$  e  $Y$ .

40. La funzione  $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$  in coordinate polari è uguale a

- A)  $\sin 2\theta$
- B)  $\rho^2 \sin 2\theta$
- C)  $\rho \cos 2\theta$
- D)  $\cos 2\theta$
- E)  $\sin^2 \theta$

41. In  $]-\infty, +\infty[$  la derivata quarta della funzione  $e^x \sin x$  è:

- A)  $-4e^x \sin x$
- B)  $-e^x \sin x$
- C)  $-3e^x \sin x$
- D)  $e^x \cos x$
- E)  $e^x \sin x \cos x$



42. La soluzione dell'equazione differenziale del primo ordine  $y' = y + 1$  è:

- A)  $y = ce^x - 2$ ,  $c$  costante arbitraria;
- B)  $y = ce^x$ ,  $c$  costante arbitraria;
- C)  $y = ce^x - 1$ ,  $c$  costante arbitraria;
- D)  $y = ce^x - 1$ ,  $c$  costante arbitraria, se  $y+1 > 0$ ;
- E) nessuna delle soluzioni precedenti.

43. Oltre (3,4,5) le terne pitagoriche esistenti sono:

- A) nessuna;
- B) una;
- C) 5;
- D) 64;
- E) infinite.

44. L'anello  $F[x,y]$  dei polinomi in due variabili a coefficienti in un campo è:

- A) un campo;
- B) un anello euclideo;
- C) un dominio a fattorizzazione unica;
- D) un corpo non commutativo;
- E) nessuna delle risposte precedenti.

45. In  $\mathbb{R}^3$  considerato come spazio vettoriale su  $\mathbb{R}$ , gli elementi  $(1, k, 1)$ ,  $(2, 3, 2)$ ,  $(0, 0, 1)$

- A) sono linearmente indipendenti per  $k=1$ ;
- B) sono generatori di  $\mathbb{R}^3$  per  $k=3/2$ ;
- C) sono generatori di  $\mathbb{R}^3$  per ogni  $k \in \mathbb{R}$ ;
- D) sono linearmente indipendenti per ogni  $k \in \mathbb{R}$ ;
- E) sono linearmente dipendenti per ogni  $k \in \mathbb{R}$ .

46. Il sistema

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x + 2y - 2z = 2 \\ 3x + 5y - 5z = 5 \end{cases}$$

- A) ammette  $\infty^1$  soluzioni;
- B) ammette  $\infty^2$  soluzioni;
- C) ammette una sola soluzione;
- D) ammette due sole soluzioni;
- E) non ammette soluzioni.

47. Sia  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  l'applicazione lineare definita da:  $f(1,0,0) = (3,0)$ ,  $f(0,1,0) = (-1,1)$ ,  $f(0,0,1) = (0,1)$ . Il corrispondente, tramite  $f$ , di  $P = (-2,2,2)$  è:

- A)  $(-4,5)$
- B)  $(8,0)$
- C)  $(-8,4)$
- D)  $(0,2)$
- E)  $(-1,0)$ .

48. La matrice  $\begin{pmatrix} 1 & k-2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ k+2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

- A) ha rango 3 per ogni  $k \in \mathbb{R}$ ;
- B) ha rango 2 per  $k=1$ ;
- C) ha determinante nullo per  $k=2$ ;
- D) ha rango 1 per  $k=0$ ;
- E) ha rango 2 per ogni  $k \in \mathbb{R}$ .

49. Dato  $x$  reale e negativo, il numero  $x^2 - 4x + 1$  è

- A) positivo se  $-3 < x < -1$ ;
- B) positivo, se  $x < -1$ ;
- C) positivo se  $x > -3$ ;
- D) sempre positivo;
- E) mai positivo.

50. Nel piano le due circonferenze di equazioni  $x^2 + y^2 = 1$  e  $x^2 + y^2 = 9$  determinano una corona circolare. Il punto di coordinate  $(2, -2)$ :

- A) è interno alla corona;
- B) è esterno alla seconda circonferenza;
- C) è esterno alla corona ma interno alla prima circonferenza;
- D) appartiene alla prima circonferenza;
- E) appartiene alla seconda circonferenza.