Quesiti della Classe A049

1. **Disporre in ordine cronologico i cinque matematici: 1) Archimede; 2) Cartesio; 3) Fibonacci; 4) Gauss; 5) Hilbert (ad esempio la sequenza 12345 significa che Archimede è il più antico, seguito da Cartesio, e così via).**

   A) 14235 D) 13245
   B) 13524 E) 12453
   C) 23145

2. **Siano x ed y numeri naturali. Dire quali sono vere tra le seguenti cinque affermazioni:**
   1) $\forall x\ \exists y\ (x < y)$;
   2) $\exists x\ \exists y\ (x < y)$;
   3) $\forall x\ \exists y\ (y < x)$;
   4) $\exists x\ \forall y\ (x \leq y)$;
   5) $\exists x\ \forall y\ (y \leq x)$.

   A) 1) e 3) D) tutte e cinque
   B) 1), 2) e 4) E) 4) e 5)
   C) 1), 2), 3) e 4)

3. **Quanti sono i piani di simmetria di un tetraedro regolare?**

   A) nessuno; D) sei;
   B) uno; E) otto.
   C) quattro;

4. **Qual è il periodo della funzione $y = \text{sen}\,(2x + \pi/2) + \cos\,(3x - \pi/2)$?**

   A) 2π D) $3\pi/2$
   B) 6π E) la funzione non è periodica.
   C) $\pi/6$

5. **L'equazione $\text{sen}\,x + 1/x = 0$ ha tra i numeri reali:**

   A) nessuna soluzione; D) infinite soluzioni;
   B) una soluzione; E) nessuna delle risposte precedenti.
   C) due soluzioni;

6. **In una classe ci sono 25 studenti, 10 maschi e 15 femmine. Se ne estraggono a sorte due. La probabilità che siano un maschio e una femmina è:**

   A) minore di 1/3; D) uguale a quella che siano due femmine;
   B) uguale a 1/2; E) nessuna delle risposte precedenti.
   C) maggiore di 1/2;

7. La serie $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

A) diverge a $+\infty$;

B) è indeterminata;

C) converge a 0;

D) converge a 1;

E) converge a 2.

8. La successione $(y_n)_{n\in N}$ di numeri reali è definita per ricorrenza da: $y_1 = 1$ e $y_{n+1} = \frac{n}{n+1}y_n$.

Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

A) la successione è limitata;

B) la successione converge a 0;

C) la successione è a termini positivi;

D) la successione è divergente;

E) per ogni n si ha: $y_n = 1/n$.

9. Siano P, Q, P', Q' proposizioni e supponiamo che P $\Rightarrow$ Q, che P' $\Rightarrow$ P e che Q' $\Rightarrow$ Q. Se ne può dedurre che:

A) P' $\Rightarrow$ Q'

B) P $\Rightarrow$ Q'

C) Q' $\Rightarrow$ P

D) Q' $\Rightarrow$ P'

E) P' $\Rightarrow$ Q

10. $p(x)$ è un polinomio di quarto grado; sappiamo che la sua derivata $p'(x)$ ammette almeno due radici reali distinte. Che cosa possiamo affermare?

A) $p(x)$ ammette almeno una radice reale;

B) $p(x)$ è sempre maggiore o uguale a zero;

C) $p(x)$ possiede un minimo assoluto o un massimo assoluto;

D) $p(x)$ è monotona;

E) $p(x)$ non ha flessi a tangente orizzontale.

11. L'intersezione di un piano con un cubo sicuramente non può essere:

A) un triangolo;

B) un trapezio isoscele;

C) un rombo;

D) un esagono;

E) un ottagono.

12. Dati gli insiemi $S = \{1, 2, 3\}$ e $T = \{a, b, c, d\}$, quante sono le funzioni da S in T e quante le funzioni iniettive?

A) 64 e 24

B) 64 e 16

C) 64 e 0

D) 81 e 27

E) 81 e 24

13. La somma dei primi n numeri pari vale:

A) n^2

B) 2^n

C) $n(n+1)$

D) $\frac{n(n+1)}{2}$

E) $2n(2n+1)$

14. Quanti sono i divisori di 2^n?

A) 1

B) n

C) 2n

D) 2^n

E) n+1

15. Dato $X = A \cup B \cup C$ la sua cardinalità è uguale:

A) alla cardinalità del maggiore dei tre insiemi;

B) alla cardinalità del minore dei tre insiemi;

C) card(A)+card(B)+card (C);

D) $\mathrm{card}(A) + \mathrm{card}(B) + \mathrm{card}(C) - \mathrm{card}(A \cap B) - \mathrm{card}(A \cap C) - \mathrm{card}(B \cap C)$;

E) nessuna delle precedenti risposte è corretta.

16. Una colonna è alta 3 metri. Una lumaca di giorno sale 1 metro e di notte scende 0.5 metr Per arrivare in cima alla colonna la lumaca percorre:

A) 4.5 metri;

B) 5 metri;

C) 6.5 metri;

D) 7 metri;

E) 9 metri.

17. Sia $I = [0,1]$. Sia $f: I \to f(I) \subset R$, definita da $f(x) = x^2+4x+4$, $x \in I$. Sia g la funzione inver di f. $3\int_{f(I)} g(y)dy$ vale:

A) 5

B) 8

C) 10

D) 14

E) 19

18. Quanti sono tutti gli $z \in C$ tali che $\bar{z} - z = 12i$?

A) nessuno;

B) uno;

C) due;

D) quattro

E) Infiniti

19. Per $\alpha \in R$ si consideri la funzione $f_\alpha(x) : R \to R$ definita da $f_\alpha(x) = \alpha x^2 + 5\operatorname{sen}x$. Il minimo valore di α fra quelli elencati di seguito per cui f_α è convessa vale:

A) 0
B) 2
C) 3
D) 5
E) 7

20. L'applicazione fra spazi vettoriali su R: $\varphi : R^3 \to R^3$ definita da

$\varphi(x,y,z) = (x+ky+z, 2x+3y+2z, z)$

A) è un isomorfismo per k=1;
B) è iniettiva per ogni $k \in \mathbf{R}$;
C) è suriettiva per ogni $k \in \mathbf{R}$;
D) non è suriettiva per k=2;
E) non è un endomorfismo per k=3/2.

21. La serie: $\sum_{n=1}^{\infty}(x-1)^n$ converge per ogni x dell'intervallo

A)]-1,1[
B)]0,2[
C) [0,2[
D) [1,2]
E)]-2,2[

22. Sia T il dominio dello spazio definito dalle limitazioni $x^2 + y^2 \leq z^2,\ 0 \leq z \leq 1$. L'integrale triplo $\iiint_T dxdydz$ è uguale a

A) $\pi/3$
B) 1
C) π
D) 1/2
E) $-\pi/3$

23. Quale fra le seguenti funzioni u(x,y) soddisfa l'equazione di Laplace: $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$?

A) x^2+y^2
B) x^2-y^2
C) e^{x+y}
D) $x \cos y$
E) $x \operatorname{sen} y$

24. Un cono circolare di altezza *h* è diviso in due parti equivalenti da un piano parallelo alla base. La distanza del piano dal vertice del cono è uguale a:

A) $h\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$

B) $h^3\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$

C) $\frac{h}{2}$

D) $h\sqrt{\frac{1}{2}}$

E) $h^2\sqrt{\frac{1}{2}}$

25. Sia f:$R^3 \rightarrow R^2$ l'applicazione lineare definita da: $f(1,0,0)=(-2,1)$, $f(0,1,0)=(-1,-3)$, $f(0,0,1)=(0,5)$. Il corrispondente, tramite f, di $P=(-2,4,3)$ è:

A) (0.1)

B) (1.0)

C) (1,1)

D) (0.2)

E) (−1.0)

26. Disporre in ordine cronologico i cinque fisici: 1) Galileo; 2) Faraday; 3) Pauli; 4) Pascal; 5) Hawking (ad esempio la sequenza 12345 significa che Galileo è il più antico, seguito da Faraday, e così via).

A) 12453

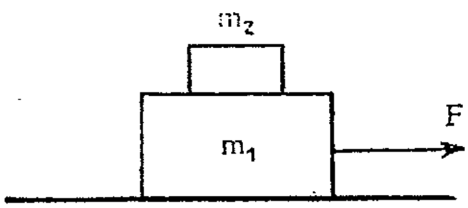
B) 15324

C) 14235

D) 41235

E) 12435

27. Un blocco di massa m_1 giace a riposo sopra un tavolo orizzontale liscio e un blocco di massa m_2 giace a riposo su m_1. Fra i due blocchi vi è attrito e sul blocco m_1 viene esercitata una forza costante F: si osserva che m_2 si muove rispetto a m_1. La forza di attrito su m_2 ha:



A) direzione uguale e verso opposto a quelli di **F**;

B) intensità uguale a quella di **F**;

C) direzione e verso uguali a quelli di **F**;

D) intensità pari a metà del valore di **F**;

E) i dati non sono sufficienti per consentire di rispondere.