



*Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca*  
**X02C – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

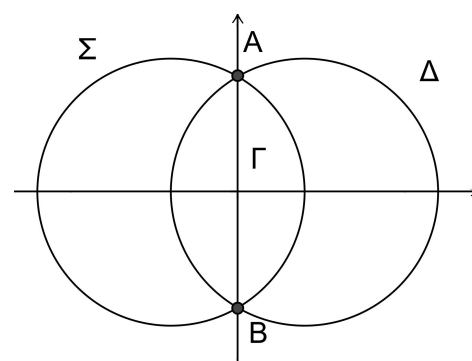
CORSI SPERIMENTALI

**Tema di: MATEMATICA**

*Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.*

**PROBLEMA 1**

I due cerchi  $\Sigma$  e  $\Delta$ , in figura, hanno uguale raggio 4 e i rispettivi centri nei punti  $(-2; 0)$  e  $(2; 0)$ . Con  $\Gamma$  è denotata la loro parte comune e con A e B le intersezioni delle loro circonferenze.



1. Si calcoli l'area di  $\Gamma$ .
2. Fra tutti i rettangoli inscritti in  $\Gamma$  e aventi i lati paralleli agli assi cartesiani, si determini quello di perimetro massimo.
3. Si calcoli il volume del solido generato dalla rotazione di  $180^\circ$  di  $\Gamma$  attorno all'asse  $x$ .
4. Preso un punto P sulla circonferenza  $\Sigma$ , si indichi con Q l'ulteriore intersezione della retta PA con la circonferenza  $\Delta$ . Si provi che il triangolo PQB è equilatero e si determini la posizione di P affinché il triangolo abbia lato massimo.

**PROBLEMA 2**

Sia  $\Gamma$  la curva d'equazione  $y = 2 \ln(x-1)$ .

1. Nel piano riferito a coordinate cartesiane  $Oxy$ , si disegni  $\Gamma$ . Si scriva l'equazione della curva che è simmetrica di  $\Gamma$  rispetto all'asse  $y$  e si scrivano altresì le equazioni delle curve simmetriche di  $\Gamma$  rispetto alle rette  $x = 2$  e  $y = x$ .
2. Si trovi l'equazione della normale a  $\Gamma$  nel suo punto di ascissa  $e^2 + 1$  dove  $e$  è il numero di Nepero.
3. Si calcoli l'area della regione R del piano delimitata da  $\Gamma$ , dall'asse  $x$  e dalla retta  $x = e^2 + 1$ .
4. La regione R ruotando attorno all'asse  $y$  genera il solido  $\Omega$ . Si calcoli il volume di  $\Omega$ .



*Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca*  
**X02C – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

CORSI SPERIMENTALI

**Tema di: MATEMATICA**

**QUESTIONARIO**

1. Un triangolo ha area 3 e due lati che misurano 2 e 3. Qual è la misura del terzo lato? Si giustifichi la risposta.
2. Si calcoli, giustificando la risposta, il dominio della funzione

$$f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{2 - \sqrt{3 - x}}}$$

3. La retta tangente al grafico di una funzione  $f(x)$  in  $x=1$  è  $y=3x+2$ . Quali sono i valori di  $f(1)$  e di  $f'(1)$ ? Se in  $x=2$  la retta tangente è  $y=-x+5$ , quali i valori di  $f(2)$  e  $f'(2)$ ?
4. In un gruppo di 10 persone il 60% ha occhi azzurri. Dal gruppo si selezionano a caso due persone. Quale è la probabilità che nessuna di esse abbia occhi azzurri?
5. In un libro si legge: “*Due valigie della stessa forma sembrano “quasi uguali”, quanto a capacità, quando differiscono di poco le dimensioni lineari: non sembra che in genere le persone si rendano ben conto che ad un aumento delle dimensioni lineari (lunghezza, larghezza, altezza) del 10% (oppure del 20% o del 25%) corrispondono aumenti di capacità (volume) di circa 33% (oppure 75% o 100% : raddoppio). È così? Si motivi esaurientemente la risposta.*”
6. Con le cifre da 1 a 7 è possibile formare  $7! = 5040$  numeri corrispondenti alle permutazioni delle 7 cifre. Ad esempio i numeri 1234567 e 3546712 corrispondono a due di queste permutazioni. Se i 5040 numeri ottenuti dalle permutazioni si dispongono in ordine crescente qual è il numero che occupa la quinta posizione e quale quello che occupa la 721-esima posizione?
7. Una ellisse ha semiasse maggiore 2 e semiasse minore 1. Qual è la distanza tra i due fuochi?
8. Il coefficiente angolare della tangente al grafico della funzione  $f(x)$  è, in ogni suo punto P, uguale al prodotto dell'ascissa  $x$  di P per la radice cubica di  $x$ . Si determini  $f(x)$  sapendo che passa per il punto  $A(1; 1)$ .
9. Si calcoli:

$$\lim_{x \rightarrow 0} 4 \frac{\sin x \cos x - \sin x}{x^2}$$

10. Sia  $f(x) = \ln(\ln(1-x))$ ; si calcoli la derivata  $f'(x)$ .

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.