

Quadro Matematico di Mondrian e il sito  
<http://quadrodimondrian.blogspot.it>  
di Massimo Fioroni

L'esperienza che vorrei brevemente descrivere è legata al “quadro di Mondrian”.

Con gli studenti della scuola in cui insegno, l'Istituto d'Istruzione Superiore “Sansi – Leonardi – Volta” di Spoleto, indirizzo liceo scientifico, abbiamo sviluppato delle espansioni dei temi rappresentati nel quadro, sotto forma di presentazioni.

Attualmente il nostro "prodotto" consiste in uno spazio facebook a cui possono accedere gli studenti delle classi quinte e coloro che hanno contribuito alle presentazioni.

In questo spazio abbiamo:

I testi delle prove dal 2010 al 2013;

la griglia "matmedia";

le presentazioni dei punti focali del quadro di Mondrian e del syllabus relativamente al quarto anno (in totale 26 presentazioni);

le soluzioni di tutti i problemi e quesiti (sempre dal 2010 al 2013) rielaborate dagli studenti dal lavoro svolto in classe (foto degli appunti scritti a mano).

Ora gli studenti dovrebbero usufruire del social network per scambiare opinioni e chiedere aiuto e spiegazioni all'interno del gruppo.

Il materiale è, altresì, visibile al sito <http://quadrodimondrian.blogspot.it/>, nel quale le presentazioni sono statiche, e prive di alcuni collegamenti.

Inizialmente l'idea era di realizzare le presentazioni dei punti focali del quadro di Mondrian, poi la collega Maria Elena Bececco ha accettato con molto entusiasmo la proposta di coinvolgere i propri studenti di una classe quarta nell'allargamento a temi relativi al syllabus 2015.

E' bene precisare che ho immaginato di scomporre il syllabus nei cinque anni; tale proposta è illustrata in appendice al presente articolo.

Oltre ad una serie di aspetti che analizzerò in seguito, va sottolineata la funzione pratica di questo “libro”, ovvero una guida all'Esame per gli studenti della quinta classe di liceo scientifico.

Alcune delle presentazioni sono relative a temi non discussi in classe e sono state

sviluppate attingendo a informazioni presenti sul web ed eventualmente su libri di testo. Io ne ho solo controllato la correttezza, non da un punto di vista strettamente formale, ma esclusivamente per evitare che vi fossero dei fraintendimenti andando a “pescare” nel mare di internet.

In questa attività gli aspetti interessanti che si possono osservare sono molteplici: l'aspetto creativo che si esplicita nelle presentazioni, dove in certi casi ho riscontrato degli spunti didattici molto efficaci, la consapevolezza della complessità dell'atto di insegnare, che i ragazzi hanno sperimentato preparando materiali per i loro compagni, oltre all'efficacia di un'esperienza vissuta in modo particolarmente attivo, così da “accendere” stimoli e ricettività.

Il lavoro permette di mettere alla prova l'idea, a cui ho più volte pensato, di inventare nuove forme di accesso e di rielaborazione delle informazioni, sempre meno lineari e ordinate.

Un'idea di libro di testo dinamica e personalizzata che si concili con la necessità di indicare dei punti focali, delle mete di apprendimento comuni, nella definizione dei percorsi di formazione disciplinare.

**La tavola degli apprendimenti del I biennio e il quadro di Mondrian sono i nostri riferimenti attorno ai quali possiamo metterci alla prova: partendo da punti di riferimento fondamentali, condivisi e comuni, costruire esperienze personali, originali e differenziate.**

Un altro aspetto della riflessione riguarda i mezzi impiegare, e certamente la disputa non è tra “nuove tecnologie” o strumenti arcaici, ma piuttosto tra un loro uso stimolante e creativo, in alternativa ad attività ripetitive e monotone che poco si occupano della curiosità degli studenti.

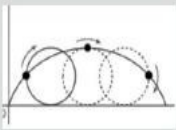
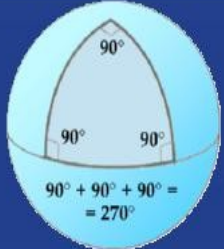

Nel caso dell'esperienza presentata i punti di forza risiedono in ciò che gli studenti di oggi sanno meglio utilizzare: tecnologia al servizio della loro creatività e del loro bisogno di condividere e comunicare, offrendo loro la possibilità di impegnarsi nell'educazione tra pari.

L'efficacia dello strumento dovrà essere valutata con attenzione, ma un primo risultato tangibile consiste in un deciso cambio di prospettiva nei confronti della matematica; alcuni studenti hanno “scoperto” l'aspetto creativo della matematica e la possibilità di utilizzare le proprie competenze, non strettamente formalizzate in ambito scolastico, per ri-creare nuove forme di composizione del sapere matematico.

Un ultimo aspetto che vorrei sottolineare è il ruolo del docente in tutta l'attività: regista piuttosto che attore principale, che sappia delegare e assegnare credito alle qualità dei giovani, non sempre valorizzate nelle pratiche più consuete e tradizionali.

Massimo Fioroni

Appendice:

	Qual è il grafico di $y = f(x)$ ?	$e^{i\pi} + 1 = 0$	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$	Esistono solo cinque poliedri regolari
Equazioni di luoghi geometrici	Permutazioni Disposizioni Combinazioni	Come approssimare $e, \pi, \varphi$		$\aleph_0$ Chi è <i>aleph-zero</i> ?
I teoremi di <i>Lagrange, Rolle, l'Hôpital</i>	Problemi di massimo e minimo  Il principio di induzione	Applicazione degli integrali al calcolo di aree e volumi	Dall'andamento del grafico alla possibile espressione analitica della funzione	Come approssimare un integrale definito
Principio di Cavalieri	Cos'è un sistema assiomatico?	Quante volte devo giocare al lotto per vincere?	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	

La suddivisione nei cinque anni non va intesa rigidamente, ma come l'indicazione del momento in cui i temi che costituiscono il syllabus possano essere introdotti. Se collocati nei primi due bienni, non è da escludere che tali argomenti siano approfonditi successivamente da studenti più maturi utilizzando strumenti tecnici superiori.

### I anno

- Misure di angoli in radianti e in gradi.
- Il numero di permutazioni, disposizioni, combinazioni in un insieme.
- Concetti primitivi, definizioni, assiomi, teoremi.
- Il concetto di algoritmo
- Il teorema di Ruffini,  $P(x)$  è divisibile per  $x - a$  se e solo se  $P(a) = 0$ .
- Valori approssimati di funzioni e grandezze anche utilizzando una calcolatrice tascabile.
- Proposizioni logicamente equivalenti. La negazione di proposizioni.

### II anno

- Uguaglianze e disuguaglianze, algebriche e trigonometriche
- dal grafico di una funzione  $f(x)$ , la costruzione dei grafici di:  $|f(x)|$ ,  $1/f(x)$ ,  $f(x-k)$ ,  $f(kx)$ ,  $kf(x)$ ,  $k+f(x)$ , con  $k$  numero reale.
- La potenza  $n$ -esima di un binomio.
- Successioni numeriche. In particolare: progressioni aritmetiche e geometriche.
- Effettuare inferenze ( relazioni tra variabili o previsioni) da dati e informazioni organizzati in tabelle o grafici
- I teoremi della geometria euclidea piana e solida. In particolare: il teorema dell'angolo esterno, i teoremi di Pitagora e di Talete
  - Lunghezza della circonferenza e area del cerchio.
  - Valori approssimati di funzioni e grandezze anche utilizzando una calcolatrice tascabile.
  - La media, mediana e scarto quadratico medio di un insieme di dati.
  - Costruire modelli matematici di situazioni tratte dalla realtà.
  - Le formule per la somma dei primi  $n$  termini di una progressione aritmetica o geometrica.
  - Il principio di induzione per la dimostrazione di semplici uguaglianze.

### III anno

- L'indipendenza di eventi e le concezioni di probabilità.

- La probabilità di eventi in situazioni uniformi e a partire dalla probabilità di altri eventi.
- Le formule di addizione e le loro immediate conseguenze (duplicazione, bisezione);
- Il teorema dei seni e il teorema del coseno per la risoluzione dei triangoli.
- Le funzioni esponenziali e logaritmiche: proprietà e grafici.
- Sottoinsiemi, prodotto cartesiano di due insiemi, funzioni, funzioni iniettive e suriettive, composizione di due funzioni; funzioni invertibili, funzioni inverse e relativi grafici.
- Funzioni limitate; funzioni crescenti in un intervallo, massimi e minimi (relativi, assoluti); funzioni periodiche.
- Nel piano cartesiano, l'equazione di una retta per un punto e parallela o perpendicolare ad una retta data; la pendenza di una retta assegnata e l'equazione della retta tangente al grafico di una funzione in un punto.
- L'equazione cartesiana di luoghi geometrici notevoli. In particolare: circonferenza, ellisse, parabola e iperbole.
- Successioni definite per ricorrenza
- Le funzioni  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$ ,  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$ ,  $\arctan x$
- Sottoinsiemi del piano definiti da sistemi di disequazioni.
- Equazioni di traslazioni, rotazioni, simmetrie nel piano soddisfacenti determinate condizioni.
- *Determinazione di invarianti di una trasformazione.*
- *Equazioni, disequazioni, sistemi relativi a funzioni goniometriche, esponenziali, logaritmiche e alla funzione modulo.*
- *Cambiamenti di coordinate, cambiamenti di scala.*

#### IV anno

- Relazione di Eulero tra numero di vertici, spigoli, facce dei poliedri.
- Incidenza, parallelismo, perpendicolarità tra rette e piani nello spazio.
- I poliedri (parallelepipedi, prismi, piramidi, poliedri regolari) e gli sviluppi piani delle loro superfici. I solidi di rotazione (cono, cilindro e sfera), le loro sezioni piane e gli sviluppi piani delle loro superfici.
- Il principio di Cavalieri.
- L'esistenza di al più cinque poliedri regolari.
- Proprietà dei modelli matematici.
- il teorema delle tre perpendicolari.
- Problemi geometrici di 1° e 2° grado dipendenti eventualmente da un parametro.
- Limite di una successione e limite di una funzione reale.

- Limiti notevoli di successioni e di funzioni. In particolare:
  - $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)/x = 1$
  - $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)/x = 1$
  - $\lim_{n \rightarrow +\infty} (1 + 1/n)^n = e$
  - $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x/x^b = +\infty$ , per  $a > 1$ ,  $b > 0$
  - $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\log_a x) / x^b = 0$ , per  $a > 1$ ,  $b > 0$

#### V anno

- Il teorema della media integrale.
- Uso del calcolo infinitesimale per lo studio dei fenomeni fisici o di altra natura.
- Equazioni differenziali, soluzioni e loro proprietà.
- Il teorema di Lagrange, il teorema di Rolle, il teorema di De L'Hospital, per lo studio delle proprietà e del grafico di una funzione o per il calcolo dei limiti.
- I teoremi del calcolo integrale nella determinazione delle aree e dei volumi.
- Problemi che richiedono di determinare il valore massimo o minimo di una grandezza che si può rappresentare come una funzione derivabile di una opportuna variabile.
- Le espressioni della derivata prima di  $x^n$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $e^x$  e da queste ricavare quelle di:  $\log x$ ,  $\arcsin x$ ,  $\operatorname{tg} x$ ,  $\operatorname{arctg} x$ .
- Una proposizione a partire da un'altra data. Ad esempio: dal teorema di Lagrange, la disuguaglianza:  $|\sin b - \sin a| \leq |b - a|$ .
- La crescita o decrescita di una funzione utilizzando il teorema di Lagrange.
- Dal teorema di Lagrange il segno di una funzione
- Il significato geometrico di *integrale definito* per una funzione reale definita in un intervallo
- L'unicità degli zeri di una funzione dal teorema di Rolle.
- L'esistenza e l'unicità degli zeri di una funzione.
- Le derivate di funzioni composte e inverse.
- Massimi e minimi di una funzione, punti di flesso, asintoti.
- Integrali indefiniti immediati o ad essi riconducibili
- Integrali per parti e per sostituzioni
- Aree delle superfici e volumi dei solidi (poliedri, solidi di rotazione, solidi di cui siano note le sezioni lungo una certa direzione).
- Esempi di funzioni discontinue o non derivabili in qualche punto.
- Il V postulato di Euclide: considerazioni storiche e critiche.
- Algoritmi notevoli; in particolare l'approssimazione di  $e$  e  $\Pi$ . Il numero  $\varphi$  ( $\varphi * \varphi = 1 - \varphi$ )
  - Soluzioni approssimate di equazioni.
  - L'approssimazione di un integrale definito con una procedura di calcolo numerico.
  - La probabilità condizionata e la formula di Bayes.

- La distribuzione binomiale. La distribuzione normale: in particolare il suo uso in relazione agli errori di misura.
- Problemi relativi all'equazione della dinamica di Newton.