LA MATEMATICA NEI LICEI NON SCIENTIFICI

Liceo “Don Gnocchi” - Maddaloni, 18 novembre 2016

MATEMATICA
e
EDUCAZIONE

Alessio Russo

Seconda Università di Napoli

"Siamo interessati al ruolo della Matematica non solo e non tanto nella preparazione degli individui, che presuppone uno scopo dettato dalle circostanze, ma nella loro educazione, che presuppone l'individuo stesso come scopo intrinseco, cioè indipendente dalle circostanze."
(**B. Carbonaro**, **Matematica ed Educazione**, PdM 1 (2009), 57-78)

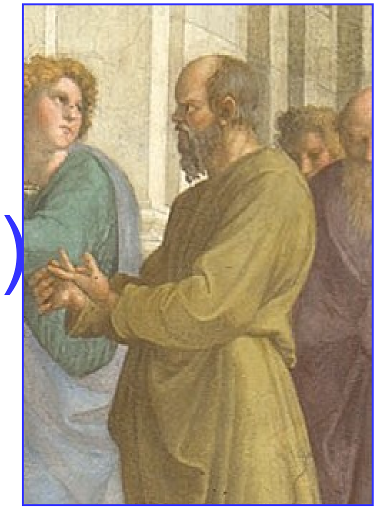
"Se avessi pensato (se pensassi) che la matematica è solo tecnica e non anche cultura generale; solo calcolo e non anche filosofia, cioè pensiero valido per tutti, non avrei fatto il matematico (non continuerei a farlo) […] L'indirizzo di ricerca che decisi di seguire negli anni universitari fu l'algebra astratta, perché mi sembrava di vedere concentrata in essa la più potente carica innovatrice di pensiero." (**L. L. Radice, Istituzioni di Algebra Astratta**, 1960)

Siamo quindi interessati **non** tanto ai contenuti dell'insegnamento della matematica (in termini di conoscenze e competenze) **ma** a come tali contenuti possano contribuire allo sviluppo dell'individuo nella sua totalità.

- Il fatto che il ruolo della Matematica non si esaurisca nell’essere mero linguaggio con cui si esprime la natura (cfr. **Galileo**), o, più prosaicamente, nell’essere strumento di acquisizione di competenze per cittadini efficienti, è chiarito già dall’etimologia della parola Matematica.

- Matematica viene dal greco Mathematikè che significa “che concerne il sapere, la scienza”. Si collega a màthema, disciplina, al verbo manthàno, imparo, anche a mathetès, discepolo, e a màthesis, cognizione, dottrina. Insomma, la matematica è la scienza per eccellenza, e i mathematikòs sono coloro che sono “inclini ad imparare” (dove imparare, dal lat. paràre, significa apprendere con l’intelletto).

- Educazione viene dal latino e-ducere, che significa “portare fuori”. L’educazione indica quindi un processo attraverso il quale l’educatore fa emergere (come?), fa sbocciare i “semi di verità” presenti nell’educando.
- Esempio famoso di tale processo può essere considerato il metodo maieutico di Socrate (470-399 a.C.) descritto da Platone in vari dialoghi (es. Teeteto, Menone).

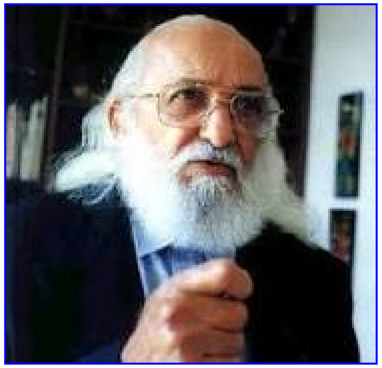


Cosa, dunque, <u>**non**</u> dovrebbe essere l’educazione?

1. Un’educazione depositaria, che trasforma gli educandi in recipienti, in vasi da riempire.
2. Qualcosa che dicotomizza il rapporto fra educatore ed educando, dando al primo un ruolo attivo, come unico soggetto del processo educativo, ed al secondo un ruolo esclusivamente ricettivo.
3. Un’educazione che alimenta la concezione che il sapere, la scienza e la storia siano determinismo e <u>non</u> possibilità.

Si tratta di un'educazione che è al servizio del potere dominante, della conservazione dello status quo. Essa produce l'economicizzazione della persona il cui valore diventa proporzionale al suo potere d'acquisto.

Come ha scritto il pedagogista brasiliano **P. Freire (1921-1997)** *"viene attuato uno stato raffinato di estraniazione, di autodimissioni della mente, una sorta di conformismo dell'individuo".*



Cosa, invece, dovrebbe essere l'educazione?

- Il processo educativo si avvia nel momento in cui si entra in autentica relazione con la realtà abbandonando un'idea ingenua e superstiziosa di essa, spesso ereditata dalla cosiddetta cultura dominante dell'immobilismo.
- Il presupposto dell'educazione è la consapevolezza che la *"vocazione specifica dell'essere umano è quella di essere di più. Dove c'è vita c'è incompiutezza. [Gli uomini vanno visti] come esseri che vanno oltre se stessi, come progetti, come esseri che guardano in avanti, verso l'umanizzazione."* (Freire).

- L’educazione è problematizzante; essa si oppone ad ogni forma di passività come provocazione che responsabilizza. In questo contesto le dimensioni esistenziali diventano la ricerca, la curiosità e la creatività.

- L’educazione è dialogante. *“Il dialogo è questo incontro di uomini, attraverso la mediazione del mondo, per dargli un nome, e quindi non si esaurisce nel rapporto io-tu”.*

- *“Non più educatore dell’educando; non più educando dell’educatore; ma educatore-educando con educando-educatore”.*

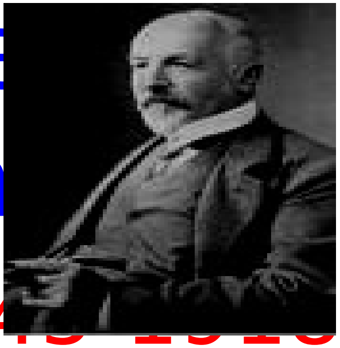
- *"In tal modo l'educatore non è solo colui che educa, ma colui che mentre educa, è educato nel dialogo con l'educando, il quale a sua volta, mentre è educato, anche educa"* (Freire).

- La ricaduta che tale concezione viene ad avere sull'insegnamento è evidente: disponibilità ad insegnare e disponibilità ad imparare diventano strettamente correlate, quasi interscambiabili.

- Le caratteristiche dell'educazione dialogica sono sintetizzate da Freire nelle seguenti parole: "amore", "umiltà", "autorevolezza", "ascolto", "speranza", "coerenza", "creatività".

L’idea fin qui delineata, mostra che l’educazione dovrebbe in definitiva avere sull’individuo un’azione liberatrice.

“La vera essenza de matematica è nella libertà” (G. Cantor, 184)



L'educazione dialogante procede per posizioni di problemi. Le soluzioni non hanno come fine soltanto il superamento di un problema, ma gettano le basi per nuove ricerche.

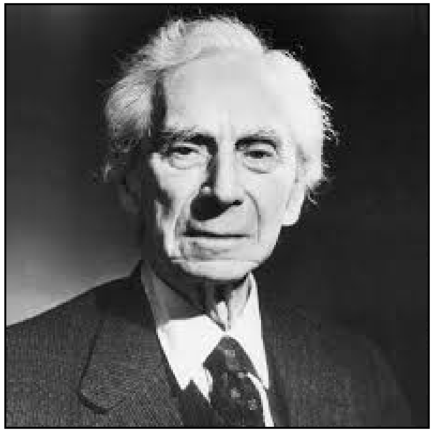
La pedagogia di Freire trova delle anticipazioni nel metodo Montessori e in quello di Don Milani.

Essa costituisce anche il supporto teorico del cosiddetto metodo del problem posing che insieme a quello del problem solving rappresentano il tentativo concreto di trasferire nella didattica della matematica la filosofia del "fare matematica".

Alcune attitudini a cui ci abitua la Matematica

- Intraprendenza mentale (immaginarsi molteplici mondi possibili, ciascuno con la sua coerenza).
- Attenzione selettiva (soffermarsi solo su ciò che è essenziale e decisivo) attraverso un linguaggio pregno di significato.
- L'amore per il sistema e l'interconnessione;
- L'umiltà del limite, ma anche l'ambizione dell'oltre.
- La capacità di rilevare le forme fra cose diverse.
- Lo splendore della verità attraverso la dimostrazione.
- La ricerca e il riconoscimento della bellezza.

“La matematica, giustamente considerata, non contiene soltanto la verità, ma la bellezza suprema, una bellezza fredda e austera, come quella della scultura, senza fare appello ad alcuna parte della nostra debole natura, senza le attrattive sensuali della pittura o della musica, e tuttavia sublimemente pura, capace di quell’alta perfezione che soltanto la grandissima arte esprime.” (**B. Russell**, 1902).



“Come sanno tutti i matematici, nulla è più fecondo di queste oscure analogie, questi indistinti riflessi tra una teoria e l’altra, queste carezze furtive, queste indecifrabili foschie; e nulla dà maggiore piacere allo studioso. Poi, un giorno, l’illusione svanisce, il presentimento diventa certezza, le teorie gemelle rivelano la loro origine comune prima di svanire. Come insegna la Gita si giunge alla conoscenza e all’indifferenza nello stesso tempo. La metafisica è diventata matematica, pronta a formare la materia di un trattato la cui fredda bellezza non saprà più emozionarci.”

(**A. Weil**, 1960)

“Spesso, nella storia della matematica, molti enunciati che sembravano evidenti si sono rivelati falsi o almeno problematici ad un’analisi più accurata. […] Il ragionamento può condurre a conclusioni sbalorditive […]; e così si supera gradualmente la sfiducia istintiva in tutto ciò che è astratto o razionale.” (Russell)

Si pensi, ad esempio, al concetto di infinito attuale accettato in matematica soltanto alla fine dell’Ottocento dopo circa duemila anni dalle restrizioni imposte principalmente dal pensiero aristotelico.

“E’ estremamente auspicabile persuadere lo studente della precisione dei teoremi più importanti nel modo [dimostrazione] che, tra tutti i possibili, presenti la massima bellezza. L’interesse vero di una dimostrazione <u>*non*</u> *è interamente concentrato, come le forme tradizionali di esposizioni suggerirebbero, nel risultato. Un’argomentazione che serve soltanto a dimostrare una conclusione è come una storia subordinata alla morale che intende insegnare: per la perfezione estetica nessuna parte di un insieme dovrebbe essere esclusivamente un mezzo”.* (Russell)

Quanto delineato finora su una possibile idea riguardo alla natura dell'educazione e della matematica non può non avere delle implicazioni sull'insegnamento della matematica. Spesso, nella pratica quotidiana passa l'idea che la matematica sia un insieme di prescrizioni, di regole, presentate come se non fossero né vere, né false, ma pura espressione della volontà del docente. La matematica dovrebbe fornire l'attitudine a formulare ipotesi e a cercare di verificarle attraverso una dimostrazione. L'insegnamento della matematica dovrebbe essere volto principalmente alla formulazione dei problemi, alla riflessione sui tentativi di soluzione, facendo tesoro di eventuali errori.

L'errore deve quindi avere un ruolo fondamentale nell'insegnamento della matematica e non una connotazione negativa che porta con sé come unico obiettivo quello di evitarlo.

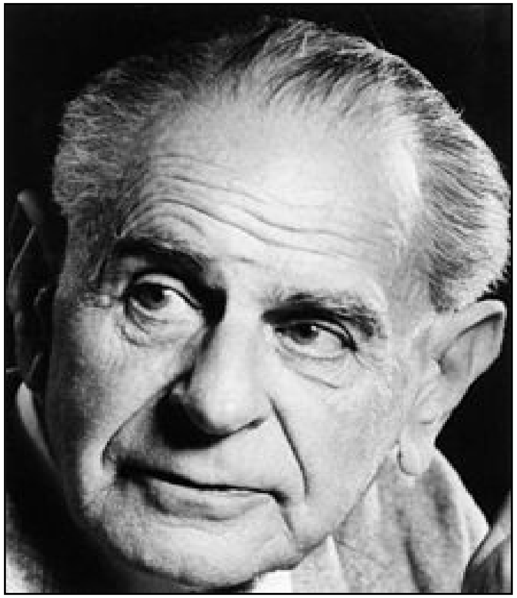
"Presso i pedagogisti e gli insegnanti l'errore non gode, salvo rare e per questo lodevoli eccezioni, di una buona reputazione" (M. Baldini, 1986)

- ✓ R. Zan, Difficoltà in Matematica: osservare, interpretare, intervenire, 2007
- ✓ A. Siety, Matematica mio terrore, 2003

"Il maestro sa che la comprensione degli errori dei suoi allievi è la cosa più importante della sua arte didattica.

*Egli impara presto a distinguere gli errori significativi da quelli che non sono propriamente errori […], dove manca lo sforzo del pensiero. [*Invece*] il maestro sa valutare il significato educativo degli errori propriamente detti, che talvolta sono in rapporto con le manchevolezze delle singole menti, ma nei casi più caratteristici si presentano come tappe del pensiero nella ricerca della verità. Sono esperienze didattiche che egli persegue, incoraggiando l'allievo a scoprire da sé la difficoltà che si oppone al retto giudizio."*

(F. Enriques, 1936)



"Evitare gli errori è un ideale meschino. Se non osiamo affrontare problemi così difficili da rendere l'errore quasi inevitabile, non vi sarà allora lo sviluppo della conoscenza. In effetti, è dalle nostre teorie più ardite, incluse quelle che sono erronee , che noi impariamo di più. Nessuno può evitare di fare errori; la cosa più grande è imparare da essi." **(K. Popper, 1972)**

"Insegnanti e studenti […] non sono disposti ad assumere i rischi del comprendere e si accontentano dei più sicuri compromessi delle risposte corrette. In virtù di tali compromessi, insegnanti e studenti considerano che l'educazione abbia avuto successo quando gli studenti sono in grado di fornire le risposte corrette." **(H. Gardner, 1991)**

Un esempio: Numeri di Fermat

Sia *k* un numero naturale. Si dice *k-esimo* *numero di Fermat* il numero:

$$F(k) = 2^{2^k} + 1$$

Esempi: F(0)=3, F(1)=5, F(2)=17, F(3)=257, F(4)=65537. Ciascuno di questi numeri è primo.

Congettura di Fermat

F(k) è primo per ogni numero naturale k.

Tale congettura è falsa. Infatti, Eulero nel 1732 dimostrò che F(5) è divisibile per 641.

Ad oggi non si sa se esistono numeri primi di Fermat diversi da F(k), con $0 \leq k \leq 4$. Si congettura la non esistenza.

Due proprietà dei numeri di Fermat

- $F(k)=F(0)F(1)\cdot\cdots\cdot F(k-1)+2$ $(k\in N_0)$
- *Se* $m\neq n$, *allora* $MCD(F(m),F(n))=1$

Conseguenza

Dimostrazione di Goldbach del Teorema di Euclide sull'infinità dei numeri primi.

Una sorprendente correlazione

Teorema di Gauss (1796)

Un poligono regolare di k lati si può inscrivere in una circonferenza con riga e compasso se e solo se k è del tipo

$K=2^s\, p_1 \cdot \cdots \cdot p_t$, *dove* $s \geq 0$, $t \geq 0$ *e ogni* p_i *è un numero primo di Fermat.*