

IL GRANDE RACCONTO DI GEOMETRIA

ELISABETTA LORENZETTI

(*Docente di matematica - Università di Ferrara*)

EMILIO AMBRISI

(*Presidente di Mathesis*)

SOMMARIO: 1. Il racconto. - 2. Eratostene: la misura globale. - 3. Le formulazioni del teorema. - 4. Risultati connessi.

La geometria è, con molta probabilità, il più grande dei racconti possibili. Una volta cominciato si può continuare fin che si vuole e nella direzione desiderata.¹

È un racconto "interminabile". Lo è per le immagini che possono evocare gli *interminati spazi* com'è nello stupendo idillio *L'infinito* del Leopardi; lo è per gli sviluppi che continuamente registra; e lo è, interminabile, anche rispetto alle sue origini, sempre plausibili, molteplici, evanescenti, inafferrabili. Lo è, però, anche rispetto alle tante sistemazioni dei suoi risultati che possono essere intuitive, logiche, genetiche, psico-genetiche, fusioniste, assiomatiche, strutturalistiche, localmente deduttive o ancora diversamente etichettate per dare luogo, ciascuna, a proprie narrazioni didattiche, anche queste mai globali e complete.

Un discorso di interminabilità, che può sorprendere chi l'ha studiata e chi ancora la studia, anche se ci si lamenta che nelle nostre scuole si studia sempre meno. Un discorso che può sorprendere perché appare quasi naturale ritenere che tutto ciò che c'è da dire in geometria sia stato detto, sia un discorso completo e chiuso, esaurito. D'altronde è così che s'insegna e si studia: un sistema ipotetico deduttivo, come inaugurato, tra il IV e il III secolo a.C., da Euclide. Un insieme di proposizioni o risultati bene ordinato, con un primo e un ultimo risultato. Dal teorema che dà l'esistenza del triangolo isoscele (la proposizione 1 del libro I) a quello che prova l'esistenza di solo cinque poliedri regolari (la proposizione 18 del libro XIII), sono 465 le proposizioni di cui si sostanziano gli *Elementi* di Euclide e sembrano dire tutto ciò che c'è da dire. Ovviamente non è così: quella che ha Euclide come perso-

¹ M. SERRES, *Le origini della geometria*, Feltrinelli, 1994. M. Serres, con bella ed efficace espressione, ha parlato del "discorso interminabile del grande racconto di Geometria".

naggio protagonista è solo una parte del racconto, una narrazione organizzata e portata avanti con scopi ben precisi, scientifici e didattici allo stesso tempo, una compenetrazione di scienza e pedagogia, allora decisamente giustificabile. Ma la miniera della geometria è inesauribile, è ricca di problemi e risultati che a più riprese nel corso dei secoli, a seconda anche dei gusti, delle mode o delle esigenze pratiche e tecnologiche, sono stati posti e ottenuti, e consente di attingere a piene mani per altre narrazioni. Oggi, addirittura, la recente rilevazione delle onde gravitazionali, già previste da Einstein, stimola a visualizzazioni geometriche della realtà dell'universo decisamente nuove e tali da far apparire l'attuale abilità di modellizzazione di corpi e fenomeni alquanto rozza e limitata. E ad uguali considerazioni porta l'immaginare forme di spazi geometrici nell'intorno di un buco nero, oggetto delle teorie formalizzate da S. Hawking, o l'andamento di quelle forme che caratterizzano gli oggetti naturali modellati dall'incessante azione degli agenti fisici e atmosferici. Forme geometricamente diverse da quelle degli *artefatti*, letteralmente, prodotti dell'arte dell'uomo, più palesemente "teleonomici", rispondenti cioè ad un progetto intenzionale, utili a soddisfare una necessità, un bisogno, dotati di una funzione. Oggetti naturali e oggetti artefatti che è il *caso* e la *necessità* a rendere, rispettivamente, geometricamente distinguibili, come acutamente evidenziato da J. Monod nel suo saggio sulla filosofia naturale (1970). Caso e necessità sono, per Monod come per B. Mandelbrot – autore della geometria della natura (1975) – alla base del costituirsi, almeno sul piano macroscopico, di due diverse geometrie: quella delle ruote, dei tavoli, delle pentole, degli edifici che riproducono l'idea di cerchio, di piano, di cilindro, di solido, di angoli diedri e rette sghembe e quella della natura fatta di nuvole, montagne, coste, che non presentano affatto elementi così marcatamente euclidei. Due diverse geometrie cui se ne aggiunge certamente una terza, quella degli *esseri viventi* a metà strada, in quanto a forma, tra artefatti e oggetti naturali, tali da non presentare né l'asimmetria e l'irregolarità "*frattale*" degli uni né la linearità e la spigolosità degli altri e, in più, caratterizzati da una *invarianza replicativa* che non dipende, né per la forma generale, né per i particolari minimi, dall'azione di forze esterne, ma unicamente dalle interazioni "*morfogenetiche*" interne all'oggetto replicante. Una geometria degli esseri viventi classificabile, dunque, al pari di quella frattale, come geometria *non* euclidea, collocabile pertanto in uno spazio già ricco di altre negazioni.

L'inno gioioso che G. Bachelard nella sua *philosophie du non* eleva alla crescita del sapere scientifico ottenuta attraverso la negazione e la contrapposizione intellettuale è decisamente congenito allo spirito della ricerca matematica. Attraverso il *perché no* lo spazio della geometria si è popolato di personaggi e riempito di grandezze *non archimedee*, piani *non desarguesiani*, super-

fici *non riemanniane*, geometrie *non*: assoluta, euclidea, parabolica, iperbolica. Ma anche di spazi e *non* spazi di Hilbert, di Banach, di Hausdorff, di Sobolev, e, ancora, di geometrie finite, algebriche, combinatorie, di spazi ad n dimensioni, da ordinare e gerarchizzare in termini topologici, proiettivi, affini, metrici secondo il “programma” dettato da un altro personaggio importante in una possibile trama: Felix Klein, il più noto degli “insegnanti” della sua epoca. Quanti i possibili racconti? Sono tanti i fili che è possibile srotolare per poi ripercorrere e riavvolgere in una narrazione globale di oggetti e forme che interagiscono con gli spazi dell’esperienza umana, praticata, idealizzata o solo immaginata. In una narrazione, cioè, che sia insegnamento, vero insegnamento, sempre da ricercare, mai esaustiva e definitiva.

1. Il racconto

Come cominciarlo? R. Trudeau scelse quello fiabesco e un personaggio di spicco: Talete.

*“C’era una volta, intorno al 600 a.C., un uomo di nome Talete...”. Questo l’inizio, per poi presto avvertire: “il racconto che sto facendo riguardo alla geometria... è una specie di mito: attribuisce infatti ad alcuni personaggi leggendari i più significativi progressi intellettuali, che in realtà devono aver richiesto l’intervento di molte persone lungo un arco di tempo abbastanza esteso. In mancanza di dati sicuri, questa storia si è sviluppata partendo da alcune leggende, dal desiderio dei matematici di conoscere le origini della loro disciplina e dalla considerazione di quelle che, da un punto di vista matematico, furono probabilmente le tappe fondamentali di questo sviluppo”.*²

Qualcosa, cioè, che è caratteristico delle verità matematiche, spesso apparse in un ampio orizzonte dapprima in forma appena percepibile e, gradatamente, in modo sempre più chiaro e distinto. Ad esprimerlo con bella metafora fu il matematico Bolyai al proprio e più famoso figlio Janos: *“molte cose hanno un’epoca nella quale esse sono trovate nello stesso tempo da molte parti, proprio come le violette nascono dappertutto in primavera”.*

Talete, dunque, rappresenta il momento di una primavera leggendaria, l’inizio di una narrazione. Il sommo Talete è uno dei sette savi dell’antichità classica, colui che, si dice, predisse per primo una eclissi solare. Nel corso dei suoi viaggi arrivò in Egitto e da qui comincia il racconto, che è solo un “nuovo” racconto, perché parte dal pensiero algoritmico del mondo assiro-babilonese e degli arpedonapti egizi per approdare al pensiero contemplativo e dialettico del mondo greco.

L’analogia alla quale si può fare ricorso per questo felice incontro, Tale-

² R. TRUDEAU, *La rivoluzione non euclidea*, Bollati Boringhieri, 1991.

te-Egitto, è il Labirinto costruito da Dedalo: per uscirvi bisogna o servirsi del filo di Arianna, il passo dopo passo del pensiero algoritmico, o spiccare il volo in senso perpendicolare, nella direzione della terza dimensione, alla conquista del globale, della luce. Il filo di Arianna è l'analogo di ciò che è percorribile, raggiungibile e tangibile.

Talete apporta il cambiamento, realizza ciò che nel mito non fu concesso a Icaro. Egli spicca il volo verso l'inaccessibile, verso ciò che non può essere toccato, né costituire il sostegno della misura nel trasposto ricorsivo, origine-termine-origine, della sua unità.

In terra d'Egitto Talete sbalordisce gli agrimensori, i sacerdoti e il re: misura la piramide, la tomba del re. Il successo è pieno e totale e Plutarco così lo riporta: " [Il re] è rimasto singolarmente ben impressionato dal modo in cui hai misurato la piramide, [...], limitandoti a collocare il tuo bastone al limite dell'ombra proiettata dalla piramide stessa; formatisi, al contatto col sole, due triangoli, dimostrasti che la proporzione esistente fra la lunghezza del bastone e l'altezza della piramide era la stessa che intercorreva fra la lunghezza delle due ombre. Ciò nonostante [...] ti si muove l'accusa d'aver in odio i re".

"Chi rapporta, chi trasporta? Né voi né io – esclama il Serres³ – nessuno, con le sue mani. Aspettiamo che la luce conduca l'ombra verso i nostri piedi".

Attraverso l'ombra, accessibile, Talete misura l'inaccessibile: l'altezza della piramide, ovvero la tomba del faraone. L'ombra è qui lo strumento, e la sua funzione è quella delle ali nel volo; ma nel racconto v'è qualcosa in più: una fantastica armonia di raggi di sole ed astuzia umana.

La piramide rappresenta l'inaccessibile, ciò che non è percorribile e raggiungibile, Talete con un'astuzia della mente riesce nello scopo e dà origine al mito di *Metis*, la dea della furbizia, inghiottita dal marito Zeus appena rimasta incinta. Un racconto nel racconto. Zeus aveva ucciso il padre Crono per assumere il posto di padrone dell'Olimpo e lo stesso aveva fatto Crono con il padre Urano. Zeus, dunque, vive nel terrore che un figlio, domani, non faccia lo stesso con lui. La soluzione: Zeus mangia *Metis*, la incorpora, fa sua l'astuzia umana. Nel suo ventre la gestazione continua e, all'ora stabilita, dal suo cranio, aperto con un colpo di scure da Efesto, nasce Atena, la razionalità, la dea della ragione. Un mito che si aggiunge a quello del labirinto, già ricordato, costruito da Dedalo per incarico di Minosse, il re di Creta, quale prigioniero del Minotauro Arianna si innamora di Teseo, uno dei giovinetti greci da sacrificare al Minotauro, e gli concede il suo filo. Per uscire dal labirinto non v'è altra strada che il tangibile, il percorribile, il passo-dopo-passo del pensiero algoritmico, uno degli aspetti della matematica; l'alternativa è la conquista della terza dimensione, il volo verso l'alto, il pensiero dialettico

³ M. SERRES, *op. cit.*, p. 73.

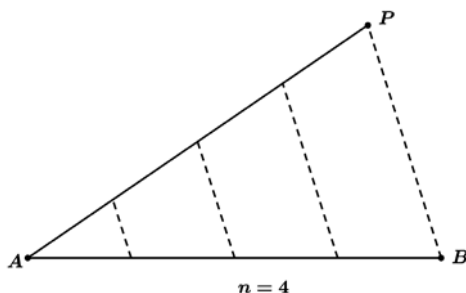
inaugurato appunto da Talete: i due aspetti fondamentali e sempre vivi della matematica. Algoritmico/dialettico è una delle grandi opposizioni concettuali della matematica.

Come il re nel racconto di Plutarco, così M. Serres, storico e filosofo dei nostri giorni, è rimasto talmente impressionato dal teorema di Talete da definirlo *“teorema fugace e dolce quanto un raggio di sole munito delle sue ombre”*; poi continua: *“Rapportando l'ombra della tomba a quella di un paletto di riferimento o alla propria, Talete annuncia l'invarianza di una medesima forma per variazione di dimensione. Il suo teorema comporta quindi la progressione o la regressione infinite della dimensione nella conservazione di un medesimo rapporto, dal colossale, la piramide, al mediocre, picchetto o corpo, e così finché si vorrà verso il più piccolo: che disprezzo dell'altezza e della forza, che alto concetto della piccolezza, che annullamento di ogni scala o gerarchia, ormai ridicola poiché ogni stadio ripete il medesimo logos o rapporto senza alcun cambiamento”*⁴.

Si comprende dunque la portata della colpa attribuita a Talete: *“Ciò nonostante, come ti ho già detto, ti si muove accusa di avere in odio i re...”*.

Ma oltre a ciò vi è un aspetto non meno importante dal punto di vista pratico ed, anzi, eccezionale sul piano filosofico connesso alla rivalutazione del *piccolo*. Anche le piccole parti si compongono di parti più piccole e queste ancora di più piccole: è la divisione di un segmento in n parti uguali, risultato da sempre relegato nella pratica delle costruzioni quando, invece, costituisce una tappa fondamentale ed essenziale nella costruzione dello spazio euclideo. Il significato del teorema di Talete è anche questo: *la divisione di un segmento in n parti uguali*.

*“Si tratta qui – ha scritto magistralmente R. Thom – chiaramente di una notevole sintesi fra una procedura costruttiva di origine motoria (il collocare uno dopo l'altro n segmenti uguali su un'obliqua ausiliaria AP), seguita da una procedura di chiara origine sensoriale, visiva: la proiezione lineare di questo segmento AP composto da n parti uguali sul segmento dato AB...”*⁵



⁴ *Ibidem.*

⁵ R. THOM, *Modelli Matematici della morfogenesi*, Einaudi, 1985, p.147.

La possibilità di dividere indefinitamente lo spazio doveva di lì a poco giustificare l'infinito numerabile; tale è senza dubbio il significato del paradosso eleatico di Achille e la tartaruga, in cui un segmento finito compare come somma infinita di segmenti di lunghezza decrescente.

La divisione di un segmento fa parte dunque di un medesimo racconto e la sua rilevanza filosofica e dunque pedagogica, è indiscutibile.

*“Sapere, allora, e, nella fattispecie, sapere il teorema di Talete, consiste nel ricordarsi del racconto egiziano - e insegnarlo nel raccontare lo pseudo-mito d'origine. Così presentato, il più ignorante non ha alcuna difficoltà a tenerlo a mente, è indimenticabile”.*⁶

2. Eratostene: la misura globale

Con Talete, si è detto, la mente umana spicca il suo volo verso l'inaccessibile ed inizia e sancisce il suo dominio, al quale rimangono assoggettate le grandi distanze e gli interminati spazi. È così che Eratostene (276-194 a.C.) misura la circonferenza della terra. Al racconto si innesta ed intreccia un altro racconto: dalla geometria, misura della terra, nel senso di *pagus*, di campicello, porzione, arabile e coltivabile, alla misura più ampia, quella della terra, quale habitat di tutti gli uomini. Dal locale al globale. Ma è sempre l'idea di Talete che fluisce e domina e sempre i raggi del sole a realizzare il passaggio ed il trasporto, illuminando questa volta il pozzo di Siene. Eratostene giunge alla misura globale, misura la circonferenza del globo terrestre. Giacomo Leopardi, appena tredicenne, descrive questo avvenimento con rara pregnanza; ripercorre, scolpendolo, il metodo, la furbizia della mente, la nobile “intrapresa” di Eratostene:

*“L'uomo non può non riconoscere in essa un ardire generoso, un ingegno sublime, e delle difficoltà a prima vista insormontabili. I nostri passi ripetuti ci danno la misura dello spazio, il cubito, la pertica, o la tesa, ci danno ancor esse il modo di misurarlo. Ma come applicare successivamente queste misure di sì piccola estensione alle parti tutte, che compongono la circonferenza del nostro globo, come misurarla co' nostri passi, come sorpassare gl'insuperabili ostacoli, che a simile intrapresa oppongono i monti, i mari, i precipizi? Volò l'ingegno attraverso de' precipizi, dei mari, dei monti, e poté l'uomo misurare il mondo senza togliersi dal suo gabinetto. Volò l'ingegno, e trovò fra il cielo e la terra una corrispondenza, che gli diede il metodo di misurare il mondo senza neppure muoversi dal suo gabinetto”.*⁷

L'idea di Talete domina e si avvale ancora dei raggi del sole che realizzano il passaggio ed il trasporto del *logos* illuminando il pozzo di Siene. Erato-

⁶ M. SERRES, *op. cit.*, p. 94.

⁷ G. LEOPARDI, *Storia dell'astronomia dalla sua origine fino all'anno MDCCCXIII*, in *Tutte le opere*, a cura di W. Binni e E. Ghidetti, I, Firenze, Sansoni, 1989.

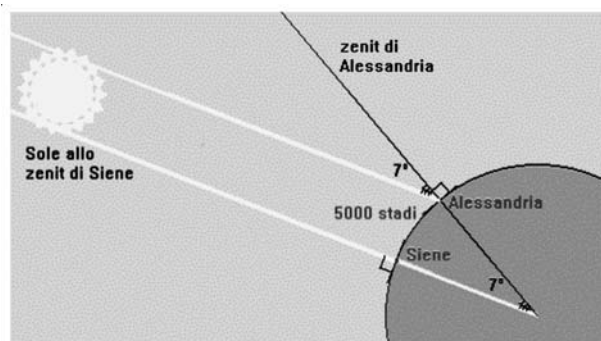
stene giunge alla misura globale, misura la circonferenza del globo terrestre, e questa sua impresa infiamma (*“non si condanni il mio entusiasmo; sacro è il fuoco, che m'accende, non mi si tolgano le idee che mi agrandiscono e m'infiammano”*) il giovanissimo Leopardi soggiogato dall'analogia, dal metodo, dal potere della matematica, quasi un potere magico, ricollegandosi in ciò a Plutarco e al re ugualmente bene impressionati dalla trovata di Talete.

“Volò l'ingegno, e trovò fra il cielo e la terra una corrispondenza, che gli diede il metodo di misurare il mondo”.

“Eratostene sapeva che il sole nel solstizio di Estate passava per il punto verticale della città di Siene.... In questa città vedevasi un pozzo, il quale sul meriggio del giorno del solstizio era al di dentro illuminato tutto dai raggi del sole, che sopra di esso stava perpendicolarmente. Ora supponendo Eratostene Alessandria e Siene appresso a poco sotto un medesimo meridiano, inventò un metodo.....”.

Quale?

Una semplice proporzione: $360^\circ : \alpha = C : s$ rivela che C , la lunghezza della circonferenza terrestre, è s , ovvero la distanza tra Alessandria e Siene, moltiplicato per il rapporto $360/\alpha$. L'angolo α , misurato da Eratostene, è l'incidenza dei raggi del sole ad Alessandria, quei raggi che a Siene risultano perpendicolari.



Ed è di nuovo armonia tra menti e raggi solari, corrispondenza tra il cielo e la terra; serena armonia fatta di paziente intenzionale attesa; i raggi illumineranno il fondo del pozzo di Siene, e il logos o rapporto transiterà da una regione all'altra, fluirà dal basso in alto, identico, invariante nella proporzione. *“Anche la misura si oblia nel nuovo logos della similitudine in cui un rapporto tra piccoli ne eguaglia un altro tra grandi. Miracolo veramente: da mezzi quasi nulli nasce il più lungo degli imperi possibili, quello delle Matematiche, che si prende gioco della storia senza più conoscere la decadenza”.*⁸

⁸ M. SERRES, *op. cit.*, p. 186.

Talete, dunque, inizio di un racconto, mito d'origine che si accompagna al porsi dello spazio puro, della razionalità, della dimostrazione.

Nell'altro racconto d'origine, quello appunto legato al **pagus**, il nero del limo di cui le inondazioni del Nilo coloravano di benefico apporto i campi rendevano altresì necessario un nuovo patto, una nuova misura. *“Il primo prete – scrive Serres – che, con un capo della corda in mano, avendo recintato un terreno, trovò i suoi vicini soddisfatti dei bordi del loro recinto comune, fu il vero fondatore del pensiero analitico, e, a partire da esso, del diritto e della geometria”*.⁹

E così Erodoto nelle sue storie: *“[Il re Sesostri] distribuì il territorio fra tutti gli egiziani, dando a ciascuno un lotto uguale a forma quadrata, e che secondo questa suddivisione si procurava le entrate, avendo imposto il pagamento di un tributo annuo. Se il fiume asportava da un podere una qualche parte, il proprietario, recatosi dal re, gli segnalava l'accaduto; egli allora mandava funzionari che osservavano e misuravano di quanto terreno era divenuto più piccolo, affinché per l'avvenire il proprietario pagasse in misura minore proporzionale il tributo. Io ritengo che in seguito a ciò abbia avuto origine la geometria e sia poi passata in Grecia. L'orologio solare, lo gnomone e le dodici parti del giorno i Greci le conobbero dai Babilonesi”*.

Si innestano, così, in un racconto d'origine, altri miti d'origine ma forse è proprio vero che *“la geometria non può dirsi greca, egizia, babilonese, cinese o indù non certo perché non sia nata qui o là, in questo o in quel mese, ma perché la sua lingua e i pensieri che suscita non si riferiscono, né per il senso né per il tempo, ad alcuna terra nota d'Oriente o d'Occidente, del Nord o del Sud.*

*Perturbante stranezza: la geometria risalirebbe insomma a un'origine, fonte o inizio, a un cominciamento, senza essere attaccata ad alcuna radice, senza fiorire su alcuno stelo?”*¹⁰

La misura e la dimostrazione, l'aspetto algoritmico e quello dialettico, la creazione della forma ideale e la riflessione sulla forma reale si intrecciano e rivivono continuamente a perpetuare *“il più lungo degli imperi possibili”*, prendendosi gioco della storia, annullando ogni decadenza e *“fine”*.

A questo punto quale direzione scegliere per proseguirne il racconto?

Le direzioni sono tante come quelle che si diramano da un punto nello spazio. Il filo del racconto può proseguire per allacciarsi a Pitagora e alla sua aritmogeometria, e, più in là, con una piccola deviazione ad Archimede e Apollonio o saltare direttamente a Galilei, a Keplero e Cartesio. Invece di proseguire, però, tirando oltre il filo del racconto, si preferisce una sosta, ripercorrendo in termini di insegnamento, un momento di ricapitolazione e riflessione didattica.

⁹ *Idem*, p. 255.

¹⁰ *Idem*, p. 243.

3. Le formulazioni del teorema

Nello studio della geometria razionale, anche se oggi molto meno praticato che nel passato, i giovani si imbattono abbastanza presto nel teorema di Talete affrontandolo dapprima in una forma debole o *piccolo teorema di Talete* e poi nella forma generalizzata estesa alla proporzionalità fra classi di grandezze come avvio allo svolgimento del capitolo sulla *similitudine*.

Le formulazioni più ricorrenti sono le seguenti:

Se un fascio di rette parallele è tagliato da due trasversali r e s , a segmenti uguali su r corrispondono segmenti uguali su s . (Piccolo teorema)

Un fascio di rette parallele determina su due trasversali, due classi di segmenti direttamente proporzionali

Più classica la formulazione seguente:

Se due rette sono tagliate da un fascio di parallele, e si chiamano corrispondenti due segmenti di esse compresi fra le stesse parallele, i segmenti dell'una e i segmenti dell'altra trasversale formano due classi di grandezze proporzionali.

Interessante è anche la formulazione in termini di "proiezioni":

La proiezione parallela di una retta r su una retta s determina sulle due rette due classi di segmenti direttamente proporzionali.

In alcune trattazioni, ovviamente, il risultato di Talete invece che come teorema è assunto come assioma. Ad esempio:

Se x ed R sono rette che si incontrano in O , indicando con P' la proiezione di un punto P di R su x , si ha: $\overline{PO'} = k\overline{OP}$

*dove k è una costante (che viene detta **rapporto di proiezione**)*

Va segnalato infine che le formulazioni del teorema e le relative dimostrazioni appaiono nei trattati solo nel XIX secolo. In Euclide nel libro VI si trova la proposizione 2 che considera il caso particolare del triangolo.

4. Risultati connessi

La divisione di un segmento in n parti uguali, ma in genere in parti che stanno in un determinato rapporto, è come si è visto intimamente legata al teorema di Talete. Un esempio di altri risultati ugualmente connessi e rilevanti nella didattica della matematica sono i seguenti:

a. La congiungente i punti medi dei lati di un triangolo è parallela al terzo lato e congruente alla metà di esso.

b. I segmenti che hanno per estremi i punti medi dei lati di un quadrilatero qualsiasi sono i lati di un parallelogrammo.

c. La bisettrice di un angolo interno di un triangolo divide il lato opposto in segmenti proporzionali ai lati dell'angolo (*teorema della bisettrice dell'angolo interno di un triangolo*).

d. Se la bisettrice di un angolo esterno di un triangolo interseca il prolungamento del lato opposto, allora le distanze del punto d'intersezione dai

vertici del lato che si è prolungato sono proporzionali agli altri due lati del triangolo (*teorema della bisettrice di un angolo esterno di un triangolo*).

e. La costruzione del segmento quarto proporzionale, assegnati i segmenti a, b e c .

Nel concorso a cattedre per insegnanti delle scuole superiori del 2000, il tema della prova scritta prevedeva la risposta a più quesiti scelti all'interno di un solo gruppo di questioni. Tra i quesiti del primo gruppo, figurava il seguente: *Il teorema di Talete: enunciato e dimostrazione. Si esponga una organizzazione didattica di contenuti ad esso collegabili*. Decisamente un tema adatto a saggiare preparazione e sensibilità didattica dei candidati: è un tema che è sempre utile riprendere e ripensare anche da parte di chi docente lo è già.
