

N° 3 Set-Dic 2017

Periodico di matematiche

Volume 9 Serie XIII - Anno CXXVII



Organo della Mathesis
Società italiana di scienze
matematiche e fisiche
fondata nel 1895

Rivista Quadrimestrale



EDITORIALE

Matematica, oltre le discipline e i quadri orari

Mathematics, beyond the disciplines and time frames

Emilio Ambrisi

Abstract

Plus Ultra. Towards the meta-disciplinary dimension of Mathematics in Education. In the process of reorganizing school systems, mathematics is a direct path to the meta-learning and model for the creation of a new cultural and pedagogical fusionism necessary for the education and training of young people in the coming decades.

Nello stemma ufficiale della Spagna è raffigurata quell'unità territoriale del regno che, oggetto delle attuali e note vicissitudini indipendentistiche, ebbe origine con il matrimonio dei re cattolicissimi Ferdinando d'Aragona e Isabella di Castiglia. Era il 1469 e nello stemma originario vi si leggeva NEC PLUS ULTRA, perché era questo il significato delle colonne d'Ercole. Non si poteva andare oltre. Di lì a poco però Cristoforo Colombo provò che non era vero. Scopri l'America e a sentire sir Peter Medawar, la soluzione adottata da Ferdinando e Isabella fu rapida ed economica:

disposero che dai gonfaloni, diffusi per il regno, si cancellasse il NEC. Rimase PLUS ULTRA. Carlo V lo adottò come suo motto. Francesco Bacone ne fece il motto della scienza. Le colonne d'Ercole perdevano il loro significato, non erano più un limite. Dai versi di Francesco Petrarca .. *et che 'l di nostro vola/a gente che di là forse l'aspetta*, andava tolto il forse. Qualcosa si perdeva, ma tantissimo si guadagnava. Il mondo cambiava e si sapeva finalmente come era fatta la Terra. La geografia raddoppiava. Nella storia vi sono stati altri momenti analoghi, veri punti di discontinuità. Ad esempio, la scoperta di Jean François Champollion della scrittura geroglifica degli egizi raddoppiò certamente il rag-



Fig. 1 - Lo stemma della Spagna

F. De Sanctis, la scienza e l'arte

F. De Sanctis: art, science and life

Ugo Piscopo

Abstract

F. De Sanctis (1817-1883) was the greatest critic of literature in Italy of the XIX century, but also, in the same time, one of the intellectuals most original in Europe. In his studies, he gave ample space to the problems of the relations between life, science and art. In last years of his life, he studied these problems with more passion and proposed important questions for his time and also for us, as it is explained in this article.

Premessa

A De Sanctis, fin da giovanissimo, non è mai piaciuto balzare in groppa a un focoso destriero offerto gratuitamente dai miti effimeri e trionfanti del momento. Non, però, egli non sapeva distinguere tra processi e attese di innovazione da una parte e gratificanti, evasivi, maternamente rassicuranti trionfalismi alla moda dall'altra. Convinto delle necessità di verifiche rigorose e coerenti delle idee e delle prospettive sui versanti del reale, era in ascolto delle sollecitazioni delle concrete situazioni in progress orientate ad aprire nuove frontiere. Così, riguardo alla scienza, distinse sempre tra sacralizzazioni, mitizzazioni, mistificazioni e banalizzazioni di essa sull'onda degli entusiasmi, come era (ed è) negli ambiti dello scientismo e dintorni, e sua dirompente forza di sfondamento delle provvisorie e soporifere certezze della conoscenza entro un'avventura non ingabbiabile mai in maglie strette determinate e determinabili di tempo e di luogo. Sotto tale aspetto, egli sapeva chiaramente che la scienza era stata e lo era ancora più nei tempi moderni sollecitatrice di cambiamenti decisivi in tutti i settori culturali e complessivamente nelle interrelazioni intricatissime dell'uomo col mondo e con la vita e si assumeva il compito di darne riscontro puntuale, sia nelle rivisitazioni della cultura del passato, sia nelle interpretazioni della magmatica e tensiva realtà del presente.

Georg Cantor e il caso del cardinale assassinato: un delitto contabilmente riconoscibile

Georg Cantor and the cardinal murder case: a countably recognizable crime

*Francesco de Giovanni*¹

Abstract

Georg Cantor passed away on January 6th, 1918, in the psychiatric clinic of the University of Halle. This paper, already published in "Orizzonti Matematici", is a tribute to the great mathematician and philosopher, one hundred years after his death.

1. Introduzione

Chi dovesse iniziare la lettura di queste pagine aspettandosi un racconto poliziesco o qualcosa del genere rimarrebbe sicuramente deluso. Avrebbe infatti probabilmente confuso “cardinali” con “canarine” oppure l’autore col suo cugino narratore. Non incontrerà infatti alti prelati barbaramente assassinati, magari in luoghi silenziosi destinati al culto e alla meditazione, non dovrà cercare moventi o individuare colpevoli in ambienti per loro natura poco propensi ad aprire armadi polverosi. Ma in fondo il titolo è davvero soltanto un ingannevole pretesto, scelto per attrarre lettori e poter raccontare la storia della scoperta dell’infinito attuale e della sua affermazione. Infatti i cardinali di cui si parlerà sono soltanto enti matematici, e in quanto tali astratti; sono soltanto numeri, anche se grandi, molto grandi, incredibilmente grandi.

Ma andiamo per ordine. Per capire di quali cardinali si tratti, e in quale senso uno di loro possa eliminarne un altro, occorre raccontare una storia che comincia moltissimo tempo fa, un racconto matematico il cui personaggio

¹ F. DE GIOVANNI, Università di Napoli Federico II: degiovan@unina.it
Lavoro realizzato nell’ambito del progetto ADV-AGTA

Tra matematica e letteratura. L'opera di Francesco Cardinali

Between literature and mathematics. The works by Francesco Cardinali

Maria Giulia Lugaresi ¹

Abstract

Francesco Cardinali (1779-1837) was a brilliant personality in the Italian cultural environment of the first decades of nineteenth century. As mathematician, he wrote many works for educational use and he was teacher of mathematics in the Lyceum of Treviso for ten years. Besides it, Cardinali was an active editor of literary and scientific works. He supervised an edition of the 'Dizionario della lingua italiana' (Bologna, 1819-26), together with Paolo Costa. Moreover, he was the editor of two editions of the collections on the motion of water, 'Raccolta d'autori che trattano del moto dell'acque', both printed in Bologna, the first one in 1821-26, the second one in 1823-45. In this work, we want to trace the biography of Cardinali, starting from the exam of his printed works and of some manuscripts by Cardinali himself, that are kept in different Italian libraries.

Introduzione

La rivoluzione francese aveva portato grandi novità non solo sul piano politico e sociale ma anche su quello culturale ed ebbe importanti ripercussioni anche oltralpe. Uno dei temi più ampiamente discussi era quello relativo all'istruzione pubblica, strumento essenziale e unica garanzia dei governi democratici contro le superstizioni ed i particolarismi di istituzioni secolari, quali le università e le accademie. La necessità di garantire all'istruzione pubblica una guida illuminata e indipendente dal potere politico si concretizzò in Francia con la nascita dell'*Institut* (1795), un

¹ Università di Ferrara - lgrmg1@unife.it

Matematica e religione - 1

Mathematics and Religion - 1

Biagio Scognamiglio

Abstract

This essay deals with a much discussed problem. We are faced with a very controversial issue. The relationship between mathematics and religion involves believers and nonbelievers. In the Western civilization they faced each other over the centuries and continue to clash, but although their views diverge, disbelieving mathematicians and mathematicians believers probably both meet by chance in the unconscious which is home to the mystery of existence. In this first part we face the complexity of the meaning of mathematical truth and religious truth. As is known, in Western civilization these truths are lived starting from ancient Greek philosophy. They have religious ties with the myth. Since then the question arises of the relationship between mathematics and the divine. Then the Christian Church intervenes with his dogmatism. In the Renaissance a rift occurs between science and faith. After that there will be attempts at reconciliation, but new problems and misunderstandings are destined to rise. At the end of this first part there are dwells on the famous Pascal's wager, that has been the subject of much criticism. Does God love gambling? We can assume that a supreme being does not like utilitarian convenience.

“Un'equazione per me non ha senso, se non rappresenta un pensiero di Dio”.
Srinivasa Aiyangar Ramanujan

“L'ateismo è la religione della matematica”.
Bill Gaede

Drammi personali

L'intento delle presenti riflessioni consiste nel cercare di concepire i rapporti fra matematica e religione anche come esperienze interiori e non soltanto come costruzioni sovrastrutturali consolidate storicamente (ciò in direzione contraria all'intento di Michel Foucault nel suo *L'archeologia del sapere. Una metodologia per la storia della cultura*, Rizzoli 1999, edizione originale *L'archéologie du savoir*, Éditions

Paradossi, antinomie, dilemmi e aporie

Paradoxes, antinomies, dilemmas and aporias

Domenico Bruno

Abstract

The concepts of paradox, antinomy, dilemma and aporia are illustrated in order to talk about liars and barbers, crocodiles and sophists, warriors and turtles.

*“Questi sono vecchi paradossi, buoni a far ridere i gonzi nelle osterie”.
Desdemona, Otello, Atto 2°, Scena 1ª*

Paradossi

Il “paradòsso” [dal greco “parádokson”, composto di “pará”, contro e “dókxa”, opinione] è una proposizione tanto contraria al senso comune e all’intuizione da suscitare un immediato moto di sorpresa.

I paradossi sono di quattro tipo fondamentali:

1. Un’affermazione che sembra falsa, ma che in realtà è vera.
2. Un’affermazione che sembra vera, ma che in realtà è falsa.
3. Un ragionamento che sembra impeccabile, ma che porta a una contraddizione logica. Questo tipo di paradosso è detto più comunemente “fallàcia” [dal latino “fallaciā”, derivato di “fallère”, ingannare].
4. Un’affermazione di cui non si può decidere la verità o la falsità. Questo tipo di paradosso è detto più comunemente “antinomia” [dal greco “antinomía”, contraddizione di una legge con un’altra].

* * *

Porterò due esempi di paradossi del 1° tipo: uno tratto dalla fisica ed uno dalla matematica.

In fisica troviamo il “paradosso idrostatico”: consideriamo tre recipienti di forma diversa ma con la stessa area di base A (uno cilindrico, uno che si

‘Saper vedere’ la matematica: realizzazione di un itinerario didattico basato sull’approccio problem solving

‘Being able to see’ mathematics: realisation of an educational itinerary based on problem solving approach

Pasquale L. De Angelis - Francesca Perla¹

Abstract

In this paper we describe reasons and activities carried out in the setting of a mathematical literacy project, funded by the Regione Campania.

Il progetto

La Regione Campania, nel D.D. n. 765 del 03/10/2014², ha rivolto alle Università campane l’invito alla presentazione di progetti di ricerca-azione nell’ambito della valutazione degli apprendimenti degli studenti campani in *literacy e numeracy*, ambiti nei quali le prove OCSE-PISA degli anni precedenti avevano evidenziato delle innegabili debolezze.

Il Dipartimento di Studi Aziendali e Quantitativi ha realizzato - per l’Università di Napoli “Parthenope” - il progetto “*Saper vedere la matematica: realizzazione di un itinerario didattico basato sull’approccio problem solving*” che ci ha visto, uno, come referente del progetto, l’altra, come responsabile scientifico.

¹ Dipartimento di Studi Aziendali e Quantitativi, Università di Napoli “Parthenope”.

² Piano di azione coesione III riprogrammazione. Linea Ii - Dip. 54 - Dip. Istr. Ric., Lav., Politiche Cult. e Soc. D.D. n. 765 del 03/10/2014.

Apprendere per Problemi

Learning through problems

Maria Indirli

Abstract

The activity described is designed for a first class of upper secondary school. The idea consists in linking the formulas to the figures, to make the students' difficulties more manageable in translating a problem from the natural language to the algebraic one and, at the same time, to point out the power of algebra in demonstrating "mathematical facts". A careful use of the different registers (verbal, geometric, numerical, algebraic) for the representation of the same result also leads to a view of mathematics not separated into watertight compartments but with close connections among its different parts.

Dai numeri alle formule attraverso le figure

L'attività è stata proposta agli studenti di una classe prima di un Istituto Tecnico come problema-applicativo del linguaggio algebrico caratterizzato spesso da manipolazioni più o meno automatiche. La classe, costituita da 10 alunni e 14 alunne per un totale di 24 studenti con la presenza di un allievo ripetente ed uno BES, nella somministrazione di vari questionari conoscitivi, ha restituito le seguenti percentuali:

Affronta serenamente la vita scolastica 42%	Vive con ansia la vita scolastica 47%	Manifesta disagio e disorientamento 11%
Pensa di avere un metodo di studio efficace 21%	Pensa di avere un metodo di studio non sempre efficace 47%	Pensa di avere un metodo di studio inefficace 32%
Pensa di riuscire in matematica 20%	Con qualche difficoltà in matematica 26%	Rassegnati al fallimento in matematica 54%

Gli origami che magia... impariamo la geometria

Origami that magic ... Let's learn geometry

Annarita Giovannangelo¹

Abstract

We describe a laboratory activity carried out in a first class of lower secondary school with poor materials, originated from the need to involve pupils with specific learning disorders. The "Making mathematics" focuses on an approach to geometry with the technique of origami.

L'idea della lezione che descriverò mi è venuta grazie ad uno dei miei alunni di prima media con disturbi specifici di apprendimento e per niente appassionato di matematica una mattina in cui, vedendolo distratto, mi sono accorta che, armeggiando sotto il banco, stava costruendo degli origami. Piuttosto che rimproverarlo per la sua distrazione, ho mostrato ai suoi compagni cosa era stato capace di fare e quindi, per includere questo alunno e coinvolgere tutta la classe, ho proposto loro di portare della carta regalo o da riciclo per realizzare un cuore ad origami da regalare alla mamma. Ovviamente non c'è bisogno di dire che nella lezione successiva nessuno ha dimenticato di portare il materiale. Sfruttando l'aspetto ludico di questa attività ho dato origine al laboratorio che avevo in mente a cui ho dato il titolo "Gli origami che magia ... impariamo la geometria".

Con tale laboratorio ho ottenuto lo scopo che mi ero proposta: un approccio alla geometria in maniera originale e creativa sfruttando la tecnica degli origami, la quale con pochi tipi di piegature dà vita ad un'infinità di forme geometriche. Dagli schemi di queste forme i ragazzi hanno subito riconosciuto le figure geometriche a loro note.

¹ annarita.giov@gmail.com Docente di Matematica e Scienze scuola secondaria di primo grado Istituto "E. Ravasco" via Italica Pescara.

Scuola Estiva Mathesis “Interdisciplinarietà e nuovo fusionismo” : alcune riflessioni sulla didattica della matematica nel primo biennio della scuola secondaria di secondo grado

Mathesis Summer School “Interdisciplinarity and new Fusionism” : some reflections on the didactics of mathematics in the first two years of upper secondary school

*Massimo Fioroni*¹ - *Claudia Zampolini*²

Abstract

The article consists of a series of reflections on mathematics teaching in Secondary School, inspired by Mathesis Summer School activities held in Perugia in July 2017, and the result of the authors' teaching experience. In the vast range of topics to be addressed, attention is focused on significant aspects in the light of a renewal of teaching and improvement of students' learning.

Introduzione

A Perugia dal 24 al 28 luglio 2017 presso l'Hotel Sacro Cuore si è svolta la Scuola Estiva della Mathesis per i docenti della scuola secondaria di secondo grado. L'interdisciplinarietà e il nuovo fusionismo [1,2,3] sono stati i temi conduttori dei laboratori, delle conferenze e delle relazioni che hanno caratterizzato i lavori secondo una modalità di formazione in cui i docenti lavorano, riflettono ed elaborano, cooperando tra di loro, sugli spunti che vengono proposti.

¹ Docente presso l'U.S.R. per l'Umbria su progetti nazionali L.107/2015.

² Docente di matematica e fisica presso il Liceo Scientifico “G. Alessi” di Perugia.

Ancora sulla funzione di domanda

On the demand curve, again

Antonino Giambò ¹

Abstract

This short comment aims to correct a wrong conclusion - already published in a previous article - about the elasticity of the demand.

1. In un precedente articolo pubblicato su questa medesima rivista ⁽²⁾ concludevo con questa riflessione: «Se la domanda è stabile in un solo punto della curva di domanda allora il ricavo del produttore è massimo in quel punto e, pertanto, ogni variazione del prezzo della merce procura una diminuzione del ricavo».

Conclusione affrettata e improvvida, e della quale faccio ammenda, dal momento che non è così.

Qui mi propongo di spiegare come invece stanno esattamente le cose.

Do per scontate tutte le considerazioni preliminari sulle funzioni di domanda $Q=Q(P)$ e sull'elasticità di una domanda, rimandando per ogni evenienza all'articolo succitato.

Ricordo solamente che, se una domanda è stabile, un aumento del prezzo della merce provoca in ugual misura una diminuzione della quantità di merce domandata e pertanto il ricavo del produttore rimane invariato.

2. Questo discorso, riguardo ad una domanda stabile, vale se la domanda è stabile in ogni punto della curva di domanda. Se, al contrario, l'elasticità della domanda varia da punto a punto sulla curva di domanda, nell'eventuale punto in cui essa è stabile il ricavo può essere massimo o minimo o assumere un valore intermedio: dipende dalla funzione di domanda.

Ci proponiamo di approfondire la questione.

¹ Ispettore MIUR in pensione.

² Cfr. Antonino Giambò, *Funzione di domanda*, in Periodico di matematiche, N° 2, Mag-Ago 2015.

Numeri laterali e diagonali: risultati aggiuntivi

Side and diagonal numbers: additional results

Cesare Palmisani¹

Abstract

The specific objectives of the present study are: a) to demonstrate that the sequence of diagonal numbers and the sequence of side numbers are generalized Fibonacci sequences; b) to apply a new method for the convergence to $\sqrt{2}$ of a sequence defined dividing the n^{th} term of sequence of diagonal numbers by the n^{th} term of the sequence of side numbers.

Introduzione

Diversi studiosi spiegano l'origine della matematica con l'uso di pratiche volte a perfezionare riti religiosi. In particolare l'esigenza di costruire altari di forme diverse ma aventi estensioni equivalenti ha contribuito allo sviluppo di algoritmi per l'estrazione della radice quadrata di 2 [10]. Uno degli esegeti di Platone, Teone di Smirne, riferisce che i pitagorici adoperavano la successione data dal rapporto fra i numeri diagonali e i numeri laterali per approssimare la diagonale di un quadrato mediante il suo lato [11]. Recentemente qualche autore [2] ha collegato i numeri diagonali e i numeri laterali ai numeri di Fibonacci e ha cercato di spiegare la convergenza della successione definita del rapporto tra tali numeri verso $\sqrt{2}$ con le tecniche dell'analisi moderna, approdando a risultati non sempre convincenti sul piano formale e soprattutto trattando l'argomento come una pura curiosità [20]. Il presente lavoro è invece volto a

¹ Liceo Classico "Pietro Giannone" Caserta. cesarepalmisani59@gmail.com

Una somma particolare, anzi due, ...anzi infinite

Antonio Salmeri ¹

Abstract

In this paper we search for sequences of consecutive integers raised to the k -th power, the sum of which can be divided into two equal parts. We find the law which generates infinite sequences for $k = 2$ and for $k = 1$ and we conclude that there are no solutions for $k > 2$.

Ho letto con molto interesse nel N°1 Gen-Apr 2017 del Periodico di Matematiche l'Editoriale, *La meraviglia di 77* e *Le partizioni dimostrate* di Emilio Ambrisi e mi sono ricordato di una relazione composta dalla somma dei quadrati di numeri consecutivi che poteva dividersi in due parti che davano entrambi la stessa somma:

$$\begin{aligned}21^2 + 22^2 + 23^2 + 24^2 &= 25^2 + 26^2 + 27^2 \\441 + 484 + 529 + 576 &= 625 + 676 + 729 \\2030 &= 2030\end{aligned}$$

La cosa mi incuriosì notevolmente e mi domandai se questa espressione era unica o se ne esistessero altre. Mi misi alla ricerca e dopo vari tentativi trovai la seguente:

$$\begin{aligned}10^2 + 11^2 + 12^2 &= 13^2 + 14^2 \\100 + 121 + 144 &= 169 + 196 \\365 &= 365\end{aligned}$$

A questo punto mi domandai se si trattava di una fortuita coincidenza o ciò derivava da una legge matematica. Ma quando mi accorsi che questa "stranezza" valeva anche per:

$$\begin{aligned}36^2 + 37^2 + 38^2 + 39^2 + 40^2 &= 41^2 + 42^2 + 43^2 + 44^2 \\1296 + 1369 + 1444 + 1521 + 1600 &= 1681 + 1764 + 1849 + 1936 \\7230 &= 7230\end{aligned}$$

¹ Direttore della rivista on-line *Euclide. Giornale di matematica per i giovani*

Su alcuni valori razionali delle funzioni goniometriche

On some rational values of the goniometric functions.

Andrea Cervone - Luigi Verolino¹

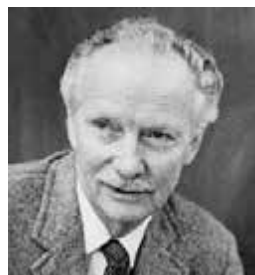
Abstract

In this paper, a theorem due to I. M. Niven is repeated: it allows to determine which rational multiple angles of π have goniometric functions expressed by rational numbers.

Introduzione

In questo lavoro verrà dimostrato in maniera elementare, vale a dire comprensibile ad uno studente di scuola secondaria superiore, una proprietà che qualifica i valori razionali assunti dalle diverse funzioni goniometriche. Precisamente, riproponendo un teorema dovuto ad Ivan Morton Niven [1], si dimostrerà che gli unici valori razionali assunti dal seno, dal coseno o dalla tangente sono legati ad angoli multipli razionali di π , facendo solamente uso del Teorema delle radici razionali di un polinomio a coefficienti interi

Ivan Morton Niven è stato un matematico canadese, poi naturalizzato americano, che si interessò di Teoria dei Numeri. Nato a Vancouver, studiò alla *University of British Columbia*, conseguendo nel 1938 il dottorato dall'Università di Chicago. Fu membro dell'Università di Oregon dal 1947 e fino al suo ritiro nel 1981. Egli portò, nel 1944, a compimento la soluzione, iniziata da Hilbert, del problema proposto da Edward Waring nel 1770, che pose la seguente questione: esiste, per ogni numero naturale k , un intero positivo s tale che ogni numero naturale sia la somma di al più s potenze k -esime di numeri naturali?



*Ivan Morton Niven
Vancouver, Canada 25
ottobre 1915 - Eugene,
Oregon 9 maggio 1999*

¹ Università Federico II di Napoli - DIETI - Via Claudio, 21 [80125] Napoli