QUESTIONARIO

Soluzioni a cura di S,Iacino, A. Lanza, S. Savarino

QUESITO 1

Fissati i numeri reali positivi a e b, con $a \geq b$, provare che

$$\lim_{x\to+\infty} \log_x(x^a + x^b) = a$$

Soluzione

Per calcolare il limite facciamo prima un cambio di base del logaritmo e lo portiamo in base e, per cui il limite diventa:

$$\lim_{x\to+\infty} \log_x(x^a + x^b) = \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x^a + x^b)}{\ln x} = \frac{\infty}{\infty}$$

Poiché sussistono le ipotesi, applichiamo il teorema di de l'Hopital per risolvere la forma indeterminata:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x^a + x^b)}{\ln x} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{D(x^a + x^b)}{x^a + x^b}}{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{ax^{a-1} + bx^{b-1}}{x^a + x^b}}{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{(ax^a + bx^b)x}{x(x^a + x^b)} =$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{(ax^a + bx^b)}{(x^a + x^b)}$$

Ora se $a > b$ allora

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{(ax^a + bx^b)}{(x^a + x^b)} = \frac{\infty}{\infty} = a$$

in quanto il limite è dato dal rapporto dei coefficienti delle x di grado massimo.

Se $a = b$ allora

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{(ax^a + bx^b)}{(x^a + x^b)} = \lim_{x\to+\infty} \frac{(ax^a + ax^a)}{(x^a + x^a)} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2ax^a}{2x^a} = a$$

QUESITO 2

È assegnata la funzione $f: R \to R$ così definita:

$$f(x) = \int_1^x e^{t^2}\, dt$$

Studiare il segno della funzione f e provare che essa è crescente. Determinare il valore di

$$\int_0^1 \frac{f''(x)}{f'(x)}\, dx$$

Soluzione

Il dominio della funzione $f(x)$ è R. Inoltre, poiché la funzione integranda $g(t) = e^{t^2}$ è sempre positiva nel suo dominio R ne segue che la funzione integrale è concorde con la funzione integranda, a patto che l'estremo di integrazione inferiore sia minore dell'estremo superiore, discorde in caso contrario; pertanto

$$se\ x > 1 \quad allora\ f(x) \text{è}\ sempre\ positiva$$

$$se\ x < 1 \quad allora\ f(x) \text{è}\ sempre\ negativa$$

$$se\ x = 1 \quad allora\ f(x) = 0$$

Dimostriamo ora che $f(x)$ è crescente:

essendo la funzione integranda continua, per il Teorema fondamentale del calcolo integrale

$$f'(x) = e^{x^2}\ che\ \text{è}\ positiva\ \forall\ x \in R$$

pertanto $f(x)$ è sempre crescente.

Calcoliamo ora l'integrale

$\int_0^1 \frac{f''(x)}{f'(x)} dx = [\ln\ (f'(x))]_0^1 = \left[\ln e^{x^2}\right]_0^1 = [x^2]_0^1\ =1$

Ovvero, in modo diretto

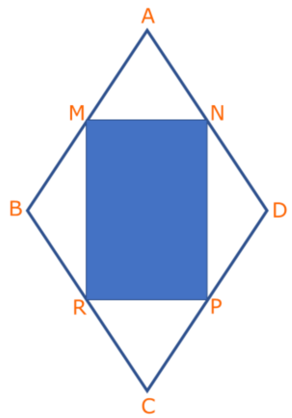
$$\int_0^1 \frac{2xe^{x^2}}{e^{x^2}} dx = 2\int_0^1 x\, dx = [x^2]_0^1 \ = 1$$

QUESITO 3

Dimostrare che il quadrilatero avente per vertici i punti medi dei lati di un rombo è un rettangolo

Soluzione

Consideriamo il rombo (ABCD) in figura, dove M, N, P, R, sono punti medi dei lati del rombo:



Le ipotesi sono le seguenti:

- $AB = BC = CD = AD$
- $AB//CD \quad e \quad AD//BC$
- $B\hat{A}D = B\hat{C}D \; e \; A\hat{B}C = A\hat{D}C$
- $AM = MB = BR = RC = CP = PD = DN = NA$

Sapendo che un rettangolo è un parallelogramma avente tutti e quattro gli angoli uguali e uguali a 90°, dobbiamo dimostrare che

- $MN = RP \;\; e \;\; MR = NP$
- $R\widehat{M}N = M\widehat{N}P = N\hat{P}R = P\hat{R}M = 90°$

Consideriamo i triangoli AMN e RPC che sono isosceli e uguali per il primo criterio di uguaglianza in quanto hanno:

$$AM = AN = RC = PC$$

$$B\hat{A}D = B\hat{C}D$$

Pertanto avranno uguali tutti gli altri elementi e in particolare

$$MN = RP$$

$$A\widehat{M}N = A\widehat{N}M = C\widehat{R}P = C\widehat{P}R = \alpha$$

Analogamente i triangoli BMR e NDP sono isosceli e uguali per il primo criterio di uguaglianza in quanto hanno:

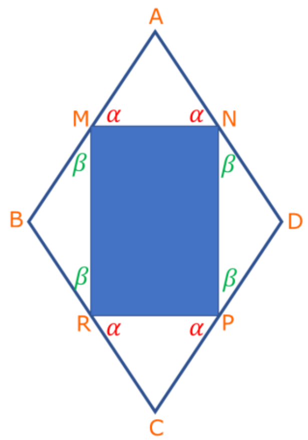
$$BM = BR = ND = DP$$

$$A\widehat{B}C = A\widehat{D}C$$

Pertanto avranno uguali tutti gli altri elementi e in particolare

$$MR = NP$$

$$B\widehat{M}R = B\widehat{R}M = P\widehat{N}D = D\widehat{P}N = \beta$$



Inoltre

$$R\widehat{M}N = M\widehat{N}P = N\widehat{P}R = P\widehat{R}M = 180° - \alpha - \beta$$

Poiché la somma degli angoli interni in un quadrilatero è uguale a tanti angoli piatti quanti sono i lati meno due, ovvero 360°, ne segue che

$$R\widehat{M}N = M\widehat{N}P = N\widehat{P}R = P\widehat{R}M = 90°$$

QUESITO 4

Considerati i punti A(2,3,6), B(6,2,-3), C(3,-6,2) nello spazio tridimensionale, verificare che i segmenti OA, OB, OC (dove il punto O indica l'origine degli assi) costituiscono tre spigoli di un cubo.
Determinare il raggio e il centro della sfera S circoscritta a tale cubo.

Soluzione

Per verificare che i segmenti OA, OB e OC siano i tre spigoli di un cubo dobbiamo verificare l'uguaglianza dei tre segmenti OA=OB=OC:

$$OA = \sqrt{(2-0)^2 + (3-0)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{49} = 7$$

$$OB = \sqrt{(6-0)^2 + (2-0)^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{49} = 7$$

$$OC = \sqrt{(3-0)^2 + (-6-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{49} = 7$$

e la mutua perpendicolarità, e per far ciò prendiamo in considerazione il vettore direzione della retta OA che è $\vec{v}(2,3,6)$, quello della retta OB che è $\vec{v}'(6,2,-3)$ e quello della retta OC che è $\vec{v}''(3,-6,2)$.

Affinché OA sia perpendicolare a OB si deve avere:

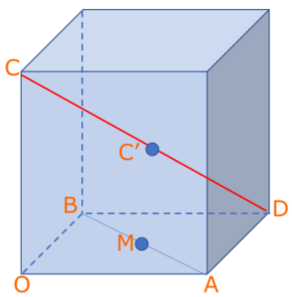
$$\vec{v}\; x\; \overrightarrow{v'} = 0 \quad \rightarrow \quad v_x v'_x + v_y v'_y + v_z v'_z = 0 \quad \rightarrow \quad 2 \cdot 6 + 3 \cdot 2 - 6 \cdot 3 = 0 \;\; c.v.d.$$

affinché OA sia perpendicolare a OC si deve avere:

$$\vec{v}\; x\; \overrightarrow{v''} = 0 \quad \rightarrow \quad v_x v''_x + v_y v''_y + v_z v''_z = 0 \quad \rightarrow \quad 2 \cdot 3 - 3 \cdot 6 + 6 \cdot 2 = 0 \;\; c.v.d.$$

affinché OB sia perpendicolare a OC si deve avere:

$$\overrightarrow{v'}\; x\; \overrightarrow{v''} = 0 \quad \rightarrow \quad v'_x v''_x + v'_y v''_y + v'_z v''_z = 0 \quad \rightarrow \quad 6 \cdot 3 - 2 \cdot 6 - 3 \cdot 2 = 0 \;\; c.v.d$$



Il diametro della sfera circoscritta al cubo è la diagonale CD del cubo, mentre il centro C’ è il punto medio di questa diagonale; pertanto determiniamo prima il punto medio M della diagonale AB del quadrato di base del cubo e, con la formula inversa del punto medio, determiniamo il vertice D:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+6}{2} = 4$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2}$$

$$z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{6-3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$x_D = 2x_M - x_O = 8$$

$$y_D = 2y_M - y_O = 5$$

$$z_D = 2z_M - z_O = 3$$

Quindi il diametro CD è

$$CD = \sqrt{(3-8)^2 + (-6-5)^2 + (2-3)^2} = 7\sqrt{3}$$

e quindi il raggio r è

$$r = \frac{CD}{2} = \frac{7\sqrt{3}}{2}$$

Mentre il centro C’ della sfera è il punto medio M’ della diagonale CD:

$$x_{C'} = \frac{x_C + x_D}{2} = \frac{3+8}{2} = \frac{11}{2}$$

$$y_{C'} = \frac{y_C + y_D}{2} = \frac{-6+5}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$z_{C'} = \frac{z_C + z_D}{2} = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}$$

In alternativa si può determinare l'equazione della sfera imponendo il passaggio per i quattro punti

$$O(0;0;0)\,,\quad \mathrm{A}(2{,}3{,}6),\quad \mathrm{B}(6{,}2,-3),\qquad \mathrm{C}(3,-6{,}2)$$

L'equazione di una sfera passante per l'origine ha la forma

$$x^2+y^2+z^2+ax+by+cz=0$$

Sostituendo le coordinate degli altri tre punti e risolvendo il sistema

$$\begin{cases}2a+6b+6c+49 &= & 0\\ 6a+2b-3c+49 &= & 0\\ 3a-6b+2c+49 &= & 0\end{cases}$$

si trova $\begin{cases}a= & -11\\ b= & 1\\ c= & -5\end{cases}$

Pertanto l'equazione della sfera è $x^2+y^2+z^2-11x+y-5z=0$ da cui si possono determinare le coordinate del centro $C'(\frac{11}{2};-\frac{1}{2};\frac{5}{2})$

La misura del raggio è $\sqrt{\frac{121}{4}+\frac{1}{4}+\frac{25}{4}}=\sqrt{\frac{147}{4}}=\frac{7\sqrt{3}}{2}$

QUESITO 5

Una persona lancia due dadi da gioco, con facce numerate da 1 a 6, poi trascrive su un foglio il massimo dei due numeri usciti. Ripetendo molte volte la procedura, quale ci si può attendere che sarà la media dei valori scritti?

Soluzione

I valori dei numeri scritti definiscono una variabile casuale X=" massimo dei due numeri usciti"

La media dei valori scritti, all'aumentare del numero di lanci, si avvicina al valor medio della variabile casuale X, la cui distribuzione di probabilità è la seguente

x	1	2	3	4	5	6
P(x)	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$

Infatti, se $\boldsymbol{x}$ è l'uscita del primo dado, l'uscita del secondo, dovendo essere $\leq x$,può assumere $\boldsymbol{x}$ valori.

Il ragionamento è analogo se $\boldsymbol{x}$ è l'uscita del secondo dado.

In totale si hanno $\mathbf{2}\boldsymbol{x}-\mathbf{1}$ coppie di numeri in cui $\boldsymbol{x}$ è il numero maggiore , in quanto la coppia $(\boldsymbol{x};\boldsymbol{x})$ deve essere contata una volta sola

Poiché le coppie possibili sono in tutto 36 si ha

$$P(X=x)=\frac{2x-1}{36}$$

Il valor medio (o valore atteso) è

$$E(x)=\sum_{I=1}^{6} x_i\cdot P(x_i)=\frac{1}{36}+\frac{6}{36}+\frac{15}{36}+\frac{28}{36}+\frac{45}{36}+\frac{66}{36}=\frac{161}{36}\approx 4{,}47$$

QUESITO 6

Consideriamo un'astronave in moto che viaggia rispetto alla terra a velocità $v=0{,}90\,c$. Supponiamo che a bordo dell'astronave sia presente una scatola di dimensioni $a=40\,cm$, $b=50\,cm$, $h=20\,cm$, con il lato b disposto parallelamente alla direzione del moto dell'astronave. Per un osservatore posto sulla terra, che volume avrà la scatola? Se l'astronave lancia la scatola con una velocità $v_2=0{,}50\,c$ nella direzione del moto dell'astronave, quale velocità misura l'osservatore sulla terra?

Soluzione

Le lunghezze si contraggono nella direzione del moto secondo la legge:

$l=l_0\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$ pertanto, solo per il lato b l'osservatore terrestre misura una lunghezza minore pari a circa $22\,cm$ da cui : $V\approx 17600\,cm^3$

La formula per la composizione delle velocità:

$$v=\frac{v_1+v_2}{1+\frac{v_1\cdot v_2}{c^2}}$$

Da notare che se l'astronauta "lanciasse" un raggio di luce nella direzione del moto dell'astronave si avrebbe:

$$v=\frac{v_1+c}{1+\frac{v_1\cdot c}{c^2}}=c$$

cioè la velocità della luce è un invariante, il suo valore non si compone con quella del sistema in movimento da cui parte.

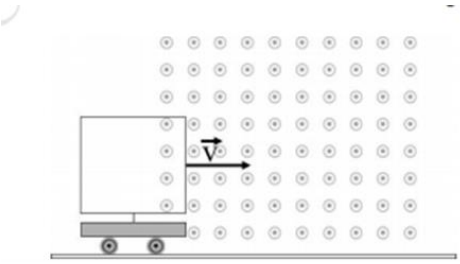
Nel caso in questione:

$$v = \frac{0.90c + 0.50c}{1 + 0.90 \cdot 0.50} \approx 0.97\ c$$

QUESITO 7

Una bobina è costituita da N spire quadrate di lato l, ha una resistenza elettrica R ed è montata su un carrello che può muoversi con attrito trascurabile su un piano orizzontale. Il carrello viene tirato con velocità costante $\vec{v}$ ed entra in una zona in cui è presente un campo magnetico $\vec{B}$ uscente dalla pagina come in figura. Spiegare perché la bobina si riscalda e determinare l'espressione della potenza dissipata.Cosa accade se il carrello viene lanciato con velocità $\vec{v}$ verso la stessa regione?

Soluzione



Il carrello si muove verso destra, quando la spira quadrata viene attraversata dal campo magnetico, il flusso del campo $\phi =\cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot cos\alpha$ aumenta man mano che il quadrato si sposta a destra, dando luogo a una f.e.m. di pari alla variazione , cambiata di segno, del flusso rispetto al tempo: $f.e.m. = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -B \cdot l \cdot \frac{\Delta l}{\Delta t}$

L'angolo $\alpha = 0$ perché le linee di forza di $\vec{B}$ sono parallele alla normale alla superficie, il segno " - " segnala che la f.e.m. indotta creerà una corrente che a sua volta darà luogo a un campo magnetico tale da compensare l'aumento del flusso.

La corrente che attraversa un conduttore lo riscalda per effetto Joule (gli elettroni in moto incontrano ostacoli, "attrito", e l'attrito causa una perdita di energia sotto forma di calore). La potenza dissipata, energia persa rispetto al tempo, è data da:

$$P = \frac{V^2}{R}$$

In questo caso poiché la bobina è costituita da N avvolgimenti

$$V = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -N \cdot B \cdot l \cdot \frac{\Delta l}{\Delta t} = -NB \cdot l \cdot v$$

Quindi la potenza è

$$P = \frac{(N \cdot B \cdot l \cdot v)^2}{R}$$

Quando tutto il quadrato della spira sarà all'interno del campo, il flusso sarà costante:

$\phi = N\vec{B} \cdot \vec{S} = NB \cdot l^2$ e quindi f.e.m.=0 .

Se il carrello è lanciato verso la stessa regione con velocità iniziale $\vec{v}$, non appena il lato destro della bobina penetra nella regione del campo magnetico, il conduttore sarà attraversato da una corrente indotta e quindi soggetto a un forza magnetica $\vec{F} = N\vec{i}\, l \times \vec{B}$ di intensità $F=\frac{N^2B^2L^2v}{R}$ che ha la stessa direzione di $\vec{v}$ ma verso opposto.

Il carrello si muove di moto decelerato e, a seconda del valore della velocità iniziale, si può fermare all'interno della regione del campo magnetico o attraversare l'intera regione . In tal caso, nella fase di uscita si inverte il verso della corrente; la forza magnetica diventa attrattiva ma sempre diretta in verso opposto alla velocità .

Anche in questo caso la bobina si riscalda per effetto del passaggio di corrente,

APPROFONDIMENTO

Bilancio energetico

In entrambi i casi, non appena il lato destro della spira penetra nella regione del campo magnetico, sul carrello agisce la forza magnetica di intensità $F=N^2\frac{\cdot B^2L^2v}{R}$ che ha la stessa direzione della velocità ma verso opposto.

1. Se è presente una forza che mantiene costante la velocità, questa forza deve avere la stessa intensità e la stessa direzione della forza magnetica che agisce sulla spira ma avrà lo stesso verso della velocità quindi fornirà una potenza uguale a $Fv = \frac{N^2B^2 \cdot l^2 \cdot v^2}{R}$

Potenza meccanica = Potenza elettrica assorbita dal circuito= potenza dissipata per effetto Joule

2. Se non è presente alcuna forza che si oppone alla forza magnetica , il carrello si muove di moto decelerato e la velocità decresce esponenzialmente come si evince dalla soluzione della seguente equazione differenziale che risolve il problema classico di una sbarretta di lunghezza l e massa m in un campo magnetico$\vec{B}$,, nelle stesse condizioni del quesito in esame

$$ma = -\frac{B^2l^2v}{R} \rightarrow m\frac{dv}{dt} = -\frac{B^2l^2v}{R}$$

$$v = v_o e^{-\frac{t}{\tau}} \quad con\, \tau = \frac{mR}{B^2l^2}$$

L'energia dissipata dalla resistenza in un tempo Δt sarà $\int_0^{\Delta t} i^2R dt$ $=\int_0^{\Delta t} \frac{B^2l^2v^2}{R} dt=$

$$\frac{B^2l^2v_0^2}{R}\int_0^{\Delta t} e^{-2\frac{\Delta t}{\tau}} dt = -\tau\frac{B^2l^2v_0^2}{2R}\left[e^{-2\frac{\Delta t}{\tau}} - 1\right] =$$

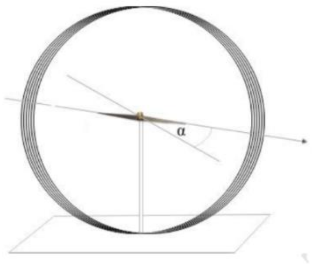
$-\frac{mR}{B^2l^2}\frac{B^2l^2v_0^2}{2R}\left[e^{-2\frac{\Delta t}{\tau}} - 1\right] =\frac{1}{2}mv_0^2\left(1 - e^{-2\frac{\Delta t}{\tau}}\right) = -\Delta E_c$

Al tendere di Δt all'infinito (dopo un tempo sufficientemente lungo) l'energia dissipata tende proprio a $\frac{1}{2}mv_0^2$.

Se il conduttore entra nel campo magnetico con una velocità v e non è presente una forza esterna , la forza magnetica frena il conduttore e la sua energia cinetica viene dissipata per effetto Joule.

QUESITO 8

Una bobina è costituita da 130 spire di raggio R= 15 cm. Si pone un ago magnetico, le cui dimensioni sono trascurabili rispetto a R, al centro della bobina ,come in figura.



Il piano della bobina viene orientato in modo da contenere l'ago che, a sua volta, è orientato

nella direzione della componente orizzontale del campo magnetico terrestre. Quando la bobina è attraversata da corrente, l'ago devia di un angolo α. Spiegare la causa di questa deviazione.

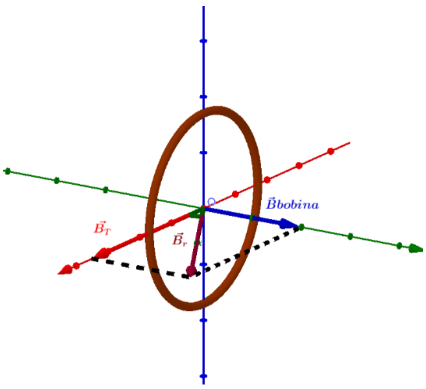
In tabella sono riportati alcuni valori, misurati sperimentalmente, di α e della corrispondente corrente nella bobina. Utilizzando questi dati , misura la componente orizzontale del campo magnetico terrestre, con la relativa incertezza.

Deviazione α	10°	20°	30°	40°	50°
Intensità di corrente	11,4 mA	23,3 mA	36,8 mA	52,4 mA	73,9 mA

Soluzione

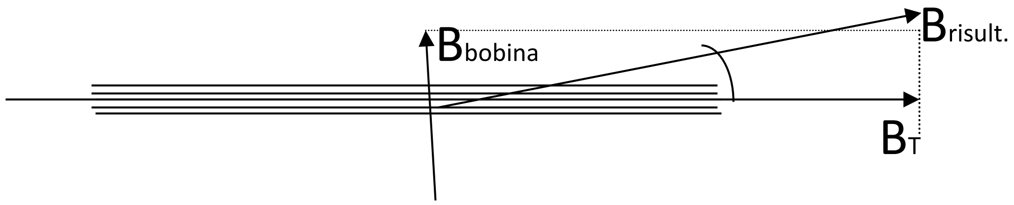
Il dispositivo è una bussola delle tangenti, utilizzata solitamente per misurare l'intensità di corrente che attraversa la bobina, essendo noto il valore della componente orizzontale del campo magnetico terrestre.

Inizialmente l'ago risente solo dell'azione della componente $\overrightarrow{B_T}$ del campo magnetico terrestre ma se si fa passare corrente nella bobina si crea un campo magnetico $\vec{B}_{bobina}$ che si somma a quello terrestre e l'ago si dispone lungo la direzione della risultante dei due vettori, formando un angolo α con la direzione di $\overrightarrow{B_T}$.



Osserviamo che il vettore $\vec{B}_{bobina}$, è perpendicolare al piano della bobina, pertanto è perpendicolare alla direzione di $\overrightarrow{B_T}$che appartiene allo stesso piano.

Per un osservatore posto sull'asse di rotazione dell'ago magnetico, la situazione descritta appare come segue:



La bobina percorsa da corrente crea un campo magnetico $\vec{B}_{bobina}$ direttamente proporzionale all'intensità di corrente. Le spire sono 130, ma la bobina è "compatta", quindi si comporta come un'unica spira, il cui campo è quantificabile come: $B = \frac{\mu_0}{2R} i$ dove i è 130 volte quella indicata. Questo si compone con il campo magnetico terrestre dando luogo a una risultante che forma l'angolo α di cui parla il testo.

Fra B_{bobina} , B_T e α c'è la relazione trigonometrica: $B_T = \frac{B_{bobina}}{tg\ \alpha}$

Allo stesso risultato si perviene imponendo che il momento meccanico agente sull'ago, dovuto ai due campi magnetici, sia nullo

$$mB_T \sin\alpha = mB_{bobina} \cos\alpha$$

dove m è il momento magnetico dell'ago.

Prendendo in considerazione i dati sperimentali possiamo costruire la seguente tabella, considerando la misura indiretta di B_T come misure ripetute di una stessa grandezza e calcolando, quindi ,l'errore statistico. Lascia qualche perplessità il fatto che le misure di B_T sembrano sottostimate all'aumentare dell'angolo.

µ0 (N/A^2)	2R(m)	N	corrente(A)	α°	α rad.	tg(α)	Bbob(µT)	Bt(µT)
1,26E-06	0,15	130	0,0114	10	0,175	0,176	6,22	35,3
			0,0233	20	0,349	0,364	12,7	35
			0,0368	30	0,524	0,577	20,1	34,8
			0,0524	40	0,698	0,839	28,6	34,1
			0,0739	50	0,873	1,19	40,3	33,9
								Media
								34,6
								Dev. Standard
								0,6

Possiamo stimare il valore di $B_T = (34{,}6 \pm 0{,}6)\mu T$

Poiché il numero di misurazioni non è elevato, si può anche considerare come incertezza il valore della semidispersione massima $\frac{valore\ \ max - valore\ min,}{2} = \frac{35{,}3-33{,}9}{2}\mu T \approx 0{,}7\mu T$

Da notare chei valori noti di B_T vanno da un minimo all'equatore $2{\cdot}10^{-5}$ T a un massimo ai poli $7{\cdot}10^{-5}$ T . Il valore trovato appare allora è ragionevole, per una latitudine intermedia anche se in Italia i valori sono più bassi, inferiori a $3{\cdot}10^{-5}$ T .

Osservazione

La stima ottenuta per il valore di B_T è il risultato di una misura indiretta, a partire dalle misure dirette dell'angolo di deviazione e dell'intensità di corrente. Non sono rese note le incertezze delle misure dirette ma si può ricorrere all'ipotesi aggiuntiva che gli errori sulla corrente e sull'angolo siano rispettivamente 0,1 mA e 1°, cioè l'incertezza sulla cifra meno significativa.

Applicando le regole della propagazione degli errori possiamo trovare innanzi tutto l'errore su

$tg\alpha$, per il quale si può utilizzare il concetto di differenziale

$$\Delta f(x) \approx f'(x_o)\Delta x$$

Si ottiene la seguente tabella

α°	α rad.	tg(α)	Δα	Δrad	Δtg(α)	Δtg(α)rel
10	0,175	0,176	1	0,017	0,018	0,103
20	0,349	0,364	1	0,017	0,020	0,057
30	0,524	0,577	1	0,017	0,023	0,044
40	0,698	0,839	1	0,017	0,030	0,043
50	0,873	1,19	1	0,017	0,042	0,048
					Media	0,059

Mentre per l'errore relativo sulla corrente troviamo

corrente(A)	Δi	Δi rel.
0,0114	0,0001	0,0088
0,0233	0,0001	0,0043
0,0368	0,0001	0,0027
0,0524	0,0001	0,0019
0,0739	0,0001	0,0014
	Media	0,0038

L'incertezza relativa sul rapporto $m = \frac{i}{tg\alpha}$ è $\frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta i}{i} + \frac{\Delta tg\,\alpha}{\alpha} \approx 0{,}06$

ed è uguale all'incerteza relativa su B_T che è ad esso proporzionale

L'errore assoluto sarà uguale a $(34{,}6 \cdot 0{,}06 \approx 2{,}0\,)\mu T$

L'incertezza , dell'ordine di $2\ \mu T$, è molto maggiore dell'errore statistico. Le misure effettuate non introducono incertezze maggiori dell'errore strumentale.