

Prove tematiche per la verifica degli apprendimenti

Thematic tests for the verification of learning

Emilio Ambrisi – Pasqualina Ventrone

Abstract

The article deals with the problem of finding more effective formulations of learning verification tests. The text of a “thematic” test is proposed for the final exam of the scientific high school. The interdisciplinary text develops the theme “the derivative” and is divided into three mandatory parts.

La seconda prova scritta degli esami di maturità scientifica 2019 ha presentato aspetti di continuità e di discontinuità. L’articolazione della prova in problemi e quesiti, anche se quest’ultimi ridotti ad otto dai dieci che erano, è l’elemento di continuità. La pluridisciplinarietà della prova invece è la rottura con il passato, la novità che non consentirà più di parlare, come è stato finora, dal 1924 ininterrottamente, della prova di matematica della maturità scientifica. Adesso, più generalmente, si dovrà parlare della seconda prova scritta potendo essa anche non interessare la matematica o coinvolgerla insieme alle altre discipline specifiche dell’indirizzo. Al suo esordio multidisciplinare la prova 2019 ha coinvolto sia la matematica che la fisica.

1. La prima esperienza e le prospettive.

Come è stata vissuta questa prima esperienza è ancora oggetto di resoconti e riflessioni. Il sito Matmedia al riguardo è ben fornito e offre un ampio ventaglio di interventi che spaziano dal riferimento ai contenuti, alle formulazioni, alle difficoltà, alla coerenza delle richieste con i novelli “quadri di riferimento”, alla flessibilità dei criteri di valutazione, al valore inter- e transdisciplinare della prova nella sua interezza. In verità Matmedia presenta anche qualche pregio in più: oltre ad offrire un bilancio sufficientemente dettagliato e documentato dell’esperienza fatta, abbozza anche un quadro di prospettiva futura. Presenta cioè una serie di considerazioni che guardano al futuro e mirano a potenziare, com’è da augurarsi che avvenga, gli aspetti positivi e a ridurre le negatività.

Serenella Iacino¹, ad esempio, richiama con molta determinazione un punto che è largamente condiviso dalla collettività dei docenti: i quadri di riferimento vanno ulteriormente chiariti e, in particolare per la fisica, decisamente ridimensionati. Adriana Lanza², in aggiunta, sottolinea la necessità di non disperdere il patrimonio culturale e formativo della matematica. Dal canto loro, gli autori della presente nota, hanno auspicato, insieme a Tiziana Bindo³ e nell'ottica dei bisogni espressi da S. Iacino e A. Lanza, che l'esperienza della prova 2019 non vada abbandonata, vada proseguita e anzi valorizzata nell'aspetto interdisciplinare. I motivi della proposta sono da una parte l'impossibilità per la scuola di far fronte efficacemente al proliferare delle discipline e dei saperi, dall'altra la necessità di non far rivivere ai docenti l'inquietudine dei cambiamenti repentini e improvvisati.

La prova del 2020 non dovrebbe cioè discostarsi da quella di quest'anno: matematica e fisica nei due problemi e negli otto quesiti. Avviare iniziative perché il testo della prova 2020 sia meglio pensato e formulato e più contenuto nel livello delle richieste è un dovere di tutti. Cionondimeno, occorre preparare il futuro. La struttura della prova in problemi e quesiti - questo elemento di continuità che vige dal 2001 non mancando di dare buoni frutti - comincia a porre più di un dubbio circa la sua adeguatezza al diverso contesto della prova. Occorre dunque cominciare a ricercare nuove modalità che abbiano il vantaggio di essere più flessibili, meno schematiche e rigide. Al riguardo un interesse particolare, come in modo specifico è stato anticipato nell'articolo citato, ha prodotto l'articolazione del tema di latino e greco proposto per il liceo classico. "Un'idea - è stato scritto⁴ - stimolante, per certi versi affascinante: emulare l'organizzazione della prova proposta alla maturità classica per soddisfare le istanze di multi- e inter-disciplinarietà. È un'idea che in ogni caso spinge a fare qualche tentativo".

La presente nota ha proprio lo scopo di presentare il tentativo fatto ed il suo risultato: una "prova tematica".

2. La prova tematica

Un tipo di prova che può variamente articolarsi nelle richieste e connotarsi di interdisciplinarietà e portata culturale e che può essere pensata per l'esame conclusivo ma anche come prova intermedia da proporre fin dai primi anni del corso di studio caratterizzando in tal modo, fortemente, l'azione didattica. Il testo che qui si presenta è sufficientemente indicativo dell'idea e degli obiettivi che s'intendono perseguire. Il testo mostra innanzitutto una dimensione più

¹ <http://www.matmedia.it/l-imperativo-rivedere-i-qdr-in-particolare-una-fisica-meno-ampia/>.

² <http://www.matmedia.it/la-necessita-di-una-prova-finale-culturalmente-valida/>.

³ <http://www.matmedia.it/le-scelte-per-il-prossimo-biennio-almeno/>.

⁴ <http://www.matmedia.it/le-scelte-per-il-prossimo-biennio-almeno/>.

elevata assunta dall'accertamento dell'apprendimento inteso come momento non disgiunto dall'attività d'insegnamento ma perfettamente integrato con essa. E mostra altresì una prova che non può essere il frutto di una scelta estemporanea bensì richiede un serio impegno di studio e di progettazione didattica a più mani. Il testo che si propone nel successivo paragrafo è pensato come prova per la maturità –altri si troveranno sul sito Matmedia– e presenta, in modo specifico, le seguenti caratteristiche:

- a) fissa il tema e lo definisce;
- b) è articolato in tre parti con formulazioni e finalità diverse;
- c) non prevede parti opzionali.

Sono caratteristiche che valorizzano la natura interdisciplinare della prova. Il tema fissato è “la derivata”⁵. Cioè il concetto principe dell'analisi matematica che è pervasivo di ogni indagine e descrizione dei fenomeni reali, dei cambiamenti e della variabilità o uniformità che li accompagna nei loro aspetti qualitativi e quantitativi. La derivata sostanza, nella varietà concettuale e applicativa, le tre parti in cui la prova è articolata. L'ultima, la terza, propone dei brani da leggere e commentare. Leggere, interpretare e comprendere un brano. La matematica come ambito, strumento e via per educare a saper leggere. Il testo infine non ha parti a scelta ma una molteplicità di richieste sufficienti a venire incontro alla definizione di più concreti criteri comuni di valutazione. Ed è indubbio che l'assenza di opzionalità porta a valorizzare l'aspetto quantitativo non trascurando il tempo concesso per la prova. Quindi valutare quanto di qualitativamente accettabile si riesce a fare sapendo amministrare i tempi a disposizione, ridotti a quattro ore. Un tempo sufficiente per mantenere destate attenzione e concentrazione.

3. Esame di Stato conclusivo del Liceo Scientifico. Esempio di seconda prova scritta.

TEMA: La derivata

Definizione:

La derivata della funzione f rispetto alla variabile x è la funzione f' il cui valore in x è

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

se tale limite esiste.

Nota: Nel seguito del testo la derivata è indicata anche con il simbolo $\frac{df}{dx}$ [notazione che risale a G.W. Leibniz (1646-1716)]

⁵ La definizione è presa da Thomas/Finney, Calculus, 9th edition, 1996, ed è coerente con la scelta per alcuni anni osservata nei testi delle prove di maturità di distinguere tra f e $f(x)$.

Prima Parte

1. Calcolare, applicando la definizione, le derivate di $f(x) = \text{sen}x$ e di $g(x) = e^x$
2. Dare un esempio di funzione non derivabile in un punto.
3. Teorema: Se $f(x)$ è continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b) , allora esiste almeno un punto c tra a e b tale che $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$.
 - a) Posto $f(x) = x^2$, $a = 1$ e $b = 3$, calcolare c ed illustrare geometricamente il risultato.
 - b) Esaminare il caso in cui risulti $f(a) = f(b)$ e commentare il risultato.
4. Esiste un legame tra i concetti di derivata e di integrale? Quale?
5. La potenza P , espressa in watt, di un circuito elettrico è collegata alla resistenza R , espressa in ohm e alla corrente i (ampere), dalla relazione $P = Ri^2$.
 - a) Se nessuna delle tre grandezze P , R , i è costante, quale relazione lega tra loro $\frac{dP}{dt}$, $\frac{dR}{dt}$ e $\frac{di}{dt}$.
 - b) Se P è costante che relazione c' è tra $\frac{dR}{dt}$ e $\frac{di}{dt}$?

Seconda Parte

Una particella si muove lungo l'asse x con accelerazione data da $a(t) = 12t - 18$ con $t > 0$. Al tempo $t = 1$ la velocità della particella è $v(1) = 0$ e la posizione è $x(1) = 9$.

- a) Scrivere un'espressione per la velocità $v(t)$ della particella.
- b) Per quale valore di t la particella cambia verso?
- c) Scrivere un'espressione per la posizione $x(t)$ della particella.
- d) Calcolare la distanza complessiva percorsa dalla particella da $t = \frac{3}{2}$ a $t = 6$.

Terza Parte

Sono proposti due brani seguiti da domande alle quali è richiesto di dare una risposta.

1. La derivata terza del presidente Richard Nixon.

«Le parole seguenti sono tratte da un discorso tenuto dal presidente americano Richard Nixon durante la campagna elettorale del 1972: *“Il tasso di incremento dell'inflazione è in calo”*.

Stava usando la derivata terza. Se la funzione che analizziamo definisce i prezzi, la sua derivata indica il tasso di inflazione, la derivata seconda è la rapidità di variazione dell'inflazione e il significato dell'affermazione del presidente Nixon è che la derivata terza della funzione dei prezzi è negativa. Quella fu la prima volta, scrisse il matematico Hugo Rossi in un articolo del 1996,

che un presidente usò la derivata terza per essere rieletto». (da *Matematica e Mondo Reale* di Zvi Artstein- Bollati Boringhieri, 2017).

Domanda 1: Perché la derivata seconda è la rapidità di variazione dell'inflazione? Spiegare con un esempio.

Domanda 2: Se studiando una funzione si ottiene che la derivata terza in un punto è zero, quale ne è il significato geometrico? Illustrare la risposta con un esempio.

2. Sulle idee fisiche più importanti introdotte da Galileo

«La prima [idea] fu che una forza agente su un corpo determina non la velocità bensì l'accelerazione. Che cosa significano in realtà i termini “accelerazione” e “velocità”? La *velocità* di una particella –o di un punto su un qualche corpo– è la rapidità di variazione, rispetto al tempo, della posizione di tale punto. La velocità è considerata di solito una *grandezza vettoriale* [...]. L'accelerazione (che è anch'essa una quantità vettoriale) è la rapidità di variazione di questa velocità rispetto al tempo: l'accelerazione è quindi *la rapidità di variazione della rapidità di variazione* di posizione rispetto al tempo! (Gli antichi avrebbero avuto grandi difficoltà ad affrontare queste nozioni, mancando sia di “orologi” adeguati sia delle idee matematiche concernenti le “rapidità di variazione”). Galileo determinò che la forza agente su un corpo (nel suo caso la forza di gravità) controlla l'accelerazione di quel corpo ma *non* ne controlla direttamente la velocità, diversamente da quanto avevano creduto gli antichi, e in primo luogo Aristotele. In particolare, se non si applicano forze la velocità è costante: perciò in *assenza* di forze si ha un moto rettilineo uniforme (che è la prima legge di Newton). I corpi liberi di muoversi continuano a muoversi di moto rettilineo uniforme e non hanno bisogno di alcuna forza che ne conservi il moto. Una conseguenza delle leggi dinamiche sviluppate da Galileo e da Newton fu in effetti che il moto rettilineo uniforme è fisicamente del tutto indistinguibile dallo stato di quiete (ossia dall'assenza di moto): non esiste, localmente, alcun modo per distinguere il moto rettilineo uniforme dalla quiete! Galileo fu particolarmente chiaro su questo punto (addirittura più chiaro di Newton) e fornì una descrizione vivacissima di quest'idea in riferimento ad una nave in mare». [da: Roger Penrose, *La mente nuova dell'imperatore*, Rizzoli, 1992].

1. Commentare il brano spiegando in particolare i riferimenti alle “difficoltà” degli antichi nonché ad Aristotele.
2. In che cosa consiste il principio di relatività galileiana? La costanza della velocità della luce contraddice tale principio? Motivare la risposta.