

Prova di verifica- IV/V anno

Proposta di Adriana Lanza

**Tema: funzioni periodiche e oscillazioni**

**PARTE PRIMA**

**Quesito 1.** Stabilire se le seguenti funzioni sono periodiche e determinarne, eventualmente, il periodo

- a)  $|\sin(x)|$       b)  $\sin(|x|)$       c)  $(\sin x)^2$       d)  $\tan 3x$

**Quesito 2.** Date le due funzioni sinusoidali aventi uguale periodo T

$$f(x) = \sin \omega t \quad g(x) = \sin(\omega t + \varphi)$$

mostrare che  $F(x) = f(x) + g(x)$  è ancora una funzione sinusoidale di periodo T.

Per quali valore di  $\varphi$  l'ampiezza di  $F(x)$  assume valore massimo?

**Quesito 3.** Determinare i massimi e i minimi della funzione  $f(x) = e^{\sin x}$ .

La funzione ammette limite per x tendente a  $+\infty$  o a  $-\infty$ ?

Esiste  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ ?

**Quesito 4.** Portare un esempio di funzione periodica al di fuori dell'ambito trigonometrico.

**PARTE SECONDA**

**Quesito 5.** Il modello armonico semplice è dato dall'equazione  $y = A \cos(\omega t - \varphi)$  e si presta a descrivere le oscillazioni di un punto materiale che, spostato dalla sua posizione di equilibrio stabile, tende a ritornarvi, sotto l'azione di una forza di richiamo di tipo elastico.

- Indicare il significato fisico delle costanti  $A$ ,  $\omega$  e  $\varphi$ .
- Mostrare che l'accelerazione del punto è direttamente proporzionale allo spostamento e di segno opposto
- Le oscillazioni di un pendolo semplice possono essere considerate armoniche, in assenza di attriti, se l'angolo  $\theta$  di spostamento rispetto alla verticale è abbastanza piccolo. Mostrare che, al fine di utilizzare il modello armonico, è necessaria l'approssimazione  $\sin \theta \approx \theta$  e calcolare l'errore commesso se  $\theta = \frac{\pi}{12}$
- L'approssimazione  $\sin \theta \approx \theta$  nell'intorno di  $\theta = 0$  è un'approssimazione lineare della funzione *seno*. Come può essere giustificata rigorosamente?

**Quesito 6.** La legge oraria di un'onda trasversale che si propaga in una corda vibrante è data all'equazione

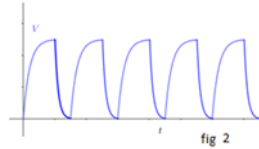
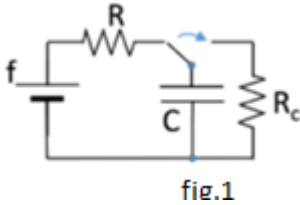
$$y = A \sin(\omega t - kx)$$

con  $A = 10 \text{ cm}$      $\omega = 5\pi \text{ s}^{-1}$      $k = 0,03\pi \text{ cm}^{-1}$ .

Determinare il periodo, la lunghezza d'onda e la velocità di propagazione.

Ponendo, nell'equazione,  $t = 0$  o  $x = 0$  si ottengono due sinusoidi. Qual è il loro significato fisico?

**Quesito 7.** Gli elementi essenziali della sezione analogica del circuito di un pacemaker sono riportati nello schema in figura 1. Nella fig.2 invece è rappresentato l'andamento qualitativo (periodico) della d.d.p. ai capi del condensatore in funzione del tempo.



Un sistema di controllo agisce sul deviatore in modo da caricare un condensatore di capacità  $2\mu F$  attraverso una resistenza  $R$ , fino al valore  $f$  fornito dal generatore e poi scaricarlo stimolando il muscolo cardiaco che presenta una resistenza  $R_c$  di circa  $500 \Omega$ .

La durata sia del tempo di carica, sia del tempo di scarica, può essere stimata pari a 5 costanti di tempo  $= 5RC$ .

a) Spiegare perché la tensione ai capi del condensatore ha l'andamento della figura 2. Qual è invece l'andamento della tensione di ingresso?

b) Se si inserisce una resistenza  $R$  di circa  $80 k\Omega$ , quanti impulsi al minuto riceverà il paziente?

## PARTE TERZA

### Lettura 1. Perché il pendolo di 1 metro oscilla in 1 secondo?

«Prendendo spunto dalla domanda formulata nel titolo, ripercorriamo brevemente la storia delle unità di misura di lunghezza, soffermandoci in particolare, sugli eventi che durante la Rivoluzione Francese portarono alla nascita del Sistema Metrico Decimale. Scopriamo così che il nostro metro è praticamente lungo quanto il *pendolo che batte il secondo*, a lungo ritenuto il miglior candidato per uno standard naturale di lunghezza e che un italiano, ignoto al grande pubblico, nel 1675 aveva chiamato *metro cattolico*. Argomentiamo quindi sulle ragioni che nel 1791 indussero gli accademici francesi a preferire il meridiano – e più precisamente il decimilionesimo del suo quarto – al pendolo e sul rifiuto degli americani dell'epoca ad accettare lo standard che i francesi pretendevano essere universale». [Da: P. Agnoli, G. D'Agostini. Progetto Alice, 2008]

### Lettura 2. Il primo orologio atomico.

«La scienza che si occupa di definire le unità di misura, la *metrologia* moderna, discende da un'intuizione di James Maxwell del 1870, secondo cui: “Se si vogliono ottenere campioni di lunghezza, tempo e massa, che siano assolutamente permanenti, essi devono essere cercati non nelle dimensioni o nel movimento o nella massa del nostro pianeta, ma nella lunghezza d'onda, nella frequenza e nella massa assoluta degli atomi. Essi infatti sono eterni, inalterabili e tutti perfettamente uguali”. Il suggerimento di Maxwell è stato messo in pratica per la prima volta per l'unità di misura del tempo, costruendo degli *orologi atomici*: si tratta di dispositivi, costituiti da un oscillatore (in genere un laser), che analizza una transizione atomica utilizzata come discriminatore della frequenza, e da un divisore di frequenza, in grado di riportare il periodo dell'oscillazione atomica di riferimento a un intervallo di tempo convenzionalmente definito come un secondo. Il primo orologio atomico è stato realizzato nel 1955 al National Physical Laboratory in Inghilterra da Louis Essen e Jack Parry utilizzando una transizione dello stato fondamentale del cesio 133, la cui frequenza è stata poi

convenzionalmente definita pari a 9.192.631.770 Hz ed è alla base dell'attuale definizione del secondo». [A. Godone-M. Inguscio Spaccare il secondo. "Asimmetrie" rivista dell'INFN, 2014]

**Domanda 1.** Qual è il valore della lunghezza di un pendolo il cui semiperiodo è di 1 secondo?

Se si definisce l'unità di lunghezza partendo dalla precedente relazione, senza ulteriori elementi, si arriva al *metro cattolico* cioè universale? La misura sarebbe la stessa in tutti i punti della Terra?

**Domanda 2.** Con riferimento alla Lettura 2, spiegare cosa si intende per transizione dello stato fondamentale di un atomo (transizione da uno stato stazionario a un altro) e perché ad essa è associata una determinata frequenza.

La revisione del SI, entrata in vigore il 20 maggio 2019, non definisce un campione per ciascuna unità di base ma fissa il valore di 7 costanti fondamentali, tra cui la frequenza di transizione iperfine dello stato fondamentale dell'atomo di cesio-133,  $\Delta\nu_{CS} = 9\,192\,631\,770$  Hz (hertz) e la velocità della luce nel vuoto,  $c = 299\,792\,458$  m/s

Qual è l'attuale definizione del metro? Si può affermare che, nella metrologia moderna, l'unità di misura delle lunghezze dipende da quella del tempo?

### **Lettura 3. Omaggio a Newton**

«.... *Primo il rosso fiammeggiante, vivido si slancia in avanti;*

*lo segue l'arancione dorato,*

*e ancora il delicato giallo;*

*accanto cadono i gentili fasci dei riposanti verdi.*

*E poi il puro blu, che riempie i cieli in autunno, si libra etereo;*

*e ancora, malinconico, appare il più cupo indaco, come una sera d'inverno che scivoli nel gelo;*

*mentre gli ultimi bagliori della luce rifratta si spengono nel timido violetto».*[I versi sono tratti da *To the Memory of Sir Isaac Newton*, del poeta inglese James Thomson (1700- 1748)].

**Domanda 1.** L'omaggio poetico a Newton circa i risultati delle sue esperienze sulla scomposizione della luce bianca nelle diverse componenti cromatiche, mette in evidenza l'enorme successo della scoperta, che andava oltre l'importanza strettamente scientifica. Fare una descrizione del fenomeno in termini meno suggestivi ma più scientifici. Secondo quale ordine, relativamente alle lunghezze d'onda o alle loro frequenze, sono elencati i 7 colori?

**Domanda 2.** Newton, interpretando il fenomeno della rifrazione secondo l'ipotesi corpuscolare sulla natura della luce, riteneva che in un mezzo materiale i raggi procedessero più velocemente rispetto al vuoto perché maggiormente attratti dalle particelle del mezzo. È accettabile questa ipotesi tenendo conto dei successivi risultati sulla misura della velocità della luce? L'ipotesi sulla natura corpuscolare della luce è stata definitivamente abbandonata?