Matematica e storia per l'insegnamento

Emilio Ambrisi

Il tempo e la storia sono, per natura loro come la matematica, delle totalità senza soluzione di continuità, qualsiasi suddivisione in periodi è un artificio umano. (C. Boyer,)

Sunto. La Storia e le Scienze richiamano ai problemi dell'insegnamento e sollecitano una loro integrazione. Dalla Storia della Matematica alcune impostazioni che sono esempi di una gestione del sapere attraverso il criterio della selezione di tappe significative e riferimenti utili per una efficace progettazione di percorsi didattici.

Parole chiave: Storia, insegnamento, gestione, scelta, percorso.

PREMESSA

Si è sempre criticato un certo modo di fare e di presentare la storia: quella delle guerre, delle egemonie e dei re e non anche quella delle grandi scoperte del pensiero e ancora quella degli scienziati o più semplicemente della vita quotidiana delle collettività di uomini. Più vie sono state aperte ed investigate, molte proposte sono state lanciate e seguite, ma un vero cambiamento specie a livello della prima formazione del cittadino non si è ancora realizzato. Una integrazione tra storia, scienza e civiltà sembra ancora porsi in un orizzonte non raggiunto.

LA MATEMATICA NELLO STUDIO DELLA STORIA

Capita così che nello studio della Storia, quello che ciascun giovane compie nell'arco della sua frequenza scolastica, è difficile che apprenda o si imbatta in notizie riguardanti le scienze se non in casi eccezionali. Certamente la matematica è quella più negletta e niente sarebbe più sorprendente che trovarvi un qualche riferimento nei manuali di storia. Questo appare del tutto naturale e giustificabile per la grande lontananza di metodo e di contenuto che sembra separare le due discipline e non meraviglia più di tanto. Né meraviglia che ciò abbia incidenza sulle abilità e gli interessi e le conoscenze delle persone. Un finissimo storico quale fu Johan Huizinga confessava la sua *"completa inettitudine e addirittura indifferenza per le scienze naturali, la matematica, la tecnologia e anche la filosofia"*. Lo studio della Storia non sembra, dunque, esigere particolari conoscenze matematiche né essere in alcun modo correlato alla matematica.

LA STORIA NELLO STUDIO DELLA MATEMATICA

Ancora di più si studia la matematica senza legame alcuno con la storia. A che serve la conoscenza della Restaurazione post-napoleonica sancita dal Congresso di Vienna o delle guerre d'indipendenza del Risorgimento italiano o ancora della Santa Alleanza nello studio della matematica che i nostri allievi compiono all'ultimo anno delle scuole secondarie superiori? Ma v'è di più: passando dalla "storia” alle “storie”, si può essere bravi in matematica ignorandone integralmente la storia. Un laureato in matematica può anche non conoscere alcunché che riguardi la storia della sua disciplina, non conoscere le motivazioni culturali o le esigenze ambientali e politiche che spesso hanno posto e favorito lo sviluppo di grandi temi del pensiero matematico e nomi come Pitagora, Gauss, Hilbert, ecc. essere solo denotativi di alcuni risultati o procedure quasi quanto le formule di *prostaferesi* oggetto di succose storielle scolastiche.

Per fare matematica non è essenziale né la storia né la storia della matematica; questo a grandi linee e nella maggioranza dei casi è quel che è creduto e questo i nostri allievi concepiscono. Ne esce così un quadro della matematica quale disciplina a-storica, a-temporale. È qualcosa a cui ci si abitua e ci si forma.

Ancora un aspetto è questo: nel periodo dell’apprendimento sui banchi di scuola dalle elementari alla secondaria e poi all’università, lo studio della matematica avviene tramite i manuali, i soli manuali: uno per l’Algebra, uno per la Geometria, l’Analisi e così via; spesso poi al manuale si sostituiscono gli appunti dettati o liberamente trascritti. La lettura come modalità di studio vi è ridotta al minimo; la matematica è la disciplina dove si legge di meno.

Nella letteratura, nella filosofia, nelle arti, nella musica pure vi sono i manuali ma spesso lo studio si accompagna alle “fonti”, allo studio delle grandi opere, dei classici. Impossibile che ciò possa avvenire in matematica dove si annienta ciò che è precedente. Che senso avrebbe studiare sui libri di Eulero o di Newton? Chi lo fa, lo fa per altri scopi non certo quello di apprendere la matematica, egli cerca qualche altra cosa, un’origine, un riscontro; pure l’Euclide il libro più letto al mondo dopo la Bibbia: leggere gli *Elementi* per apprendere la geometria non ha senso; può leggerlo lo specialista e un tipo particolare di specialista, forse lo storico di Euclide.

MATEMATICA E STORIA

Matematica e storia sembrano collocarsi ai poli opposti della mappa delle conoscenze umane. L’una è una scienza astratta fortemente deduttiva. I suoi oggetti sono concetti astratti, creazioni della mente. L'altra è una disciplina puramente descrittiva. L'una appare eminentemente esatta e quantitativa, l'altra qualitativa e largamente inesatta.

La matematica è la disciplina che si fa con carta e matita dove – si è detto - si legge di meno, la storia quella che enfatizza l'attività di lettura, dove leggere è fondamentale. La storia è ricca di nomi e di date; legata alla nascita e alla morte o fine di un personaggio o un fenomeno, riferita a luoghi geografici, a nazioni e città, a monumenti; ricca di citazioni, di documenti, di fonti cui attingere, fortemente incompleta nei particolari, nei piccoli intervalli, temporali e geografici, spinge e dà l'idea dell'approfondimento, della lettura diretta o indiretta, della ricerca di ulteriori fonti. Nulla di tutto questo in matematica, disciplina presentata in una forma pretenziosamente completa; precisa nei particolari, non presenta salti, dà solo l'idea di uno sviluppo unidirezionale, accrescitivo.

Uno sviluppo che da una parte porta al problema di come gestire l'accumulo dei risultati e delle conoscenze, dall'altro libera l'interrogativo: dove tende? E qui si pone forse l'integrazione più feconda.

F. Fukujama salutò la caduta del muro di Berlino nel 1989 come *La fine della Storia* [3]. Da storico, egli delinea una teoria della storia caratterizzata come la matematica - quasi a voler dar ragione a Novalis quando asseriva che ogni *disciplina storica tende a divenir matematica* -; una storia dominata, come la matematica, dai caratteri: universale, cumulativo, direzionale.

Il carattere universale della storia è la storia vista globalmente come processo, come storia delle civiltà di tutti i popoli e le idee.

La storia cumulativa è la storia che fa tesoro delle sue esperienze e che non dovrebbe ripercorrere gli errori del passato.

La storia direzionale infine è assegnare una meta. La storia è un processo evolutivo: dove tende? Qual è il suo fine?

Secondo Fukujama la fine della storia non è stato altro che il raggiungimento del suo fine, della sua meta che egli individua nell'installarsi, in ogni parte del mondo, del regime di democrazia liberale.

Se la storia ha raggiunto il suo scopo quale allora il nostro, cioè degli esseri viventi che la storia la fanno e la scrivono? Il compito che rimane è quello di educare alla democrazia a saperla vivere e fruirne, si tratta di un compito squisitamente formativo, di insegnamento.

I problemi dell'insegnamento hanno così acquistato la loro centralità, e sono stati i problemi fondamentali che i governi di molti Paesi, in ogni parte del mondo, si sono trovati di fronte sul finire del secondo millennio a dover affrontare e ancora a dover risolvere.

Non diversamente da Fukujama, S. Hawking, il fisico e cosmologo inglese che commosse il mondo per le sue particolarissime condizioni fisiche, scrisse un articolo che intitolò *La fine della Fisica*. La fine della fisica secondo Hawking sarebbe stata sancita dalla scoperta delle equazioni della G.T.U., la Grande Teoria Unificata dell'Universo, le equazioni che avrebbero spiegato ogni sorta di fenomeni e di problemi. La conclusione del libro di Hawking **Dal big bang ai buchi neri** [4] è un invito a curare l'attività di insegnamento: " *Se però perverremo a scoprire una teoria completa, essa dovrebbe essere col tempo comprensibile a tutti nei suoi principi generali, e non solo a pochi scienziati. Noi tutti - filosofi, scienziati e gente comune - dovremmo allora essere in grado di partecipare alla discussione del problema del perché noi e l'universo esistiamo*".

Il fatto è che non c'è una fine né della Storia,[1] né della Scienza, ma solo tappe, pietre miliari ed il problema di amministrare un sapere enorme per la singola mente umana, come gestirlo, come insegnarlo.

LA GESTIONE DEL SAPERE STORICO E IL PROBLEMA PEDAGOGICO

Per ogni idea, la Storia è sempre pronta a rivelare altre origini: poco meno di due secoli fa, un grande della letteratura e della scienza, G. Leopardi, scriveva:

"***il tempo manca: cresce lo scibile, lo spazio della vita non cresce, ed esso non ammette più che tanto di cognizioni..... Bastando appena il tempo a conoscere le innumerabili osservazioni che si fanno da' contemporanei, quanto si può profittare di quelle d'un tempo addietro?..... Gli uomini imparano ogni giorno, ma il genere umano dimentica, e non so se altrettanto" (Zibaldone, 13 Maggio 1829).***

1 Almeno per ora è così e i teoremi di Gödel assicurano che almeno per la matematica non si potrà mai giungere ad essere ridondanti o peggio a scrivere la parola fine.

Lo scibile cresce, lo spazio della vita non cresce... il genere umano dimentica e non so se altrettanto: in questo v'è il valore della scienza e quello della storia che un altro umanista Bertold Brecht, nella sua **Vita di Galileo** così volle espremire: "col tempo potrai scoprire tutto ciò che c'è da scoprire - ma il tuo progresso non sarà altro che allontanamento dall'umanità. L'abisso tra te e il popolo diventerà tanto grande che un bel giorno scoppierai in un grido di giubilo per una nuova conquista, e verrai salutato da un grido universale di orrore". Ecco che G. Holton ha scritto "*... in un momento in cui la veemente irrazionalità diffusa sul pianeta insidia il destino stesso della cultura occidentale, le scienze e la storia del loro sviluppo restano forse la testimonianza migliore della capacità di ragionare dell'umanità, e di conseguenza se non ci preoccuperemo di comprendere e di rivendicare con orgoglio la nostra storia, non avremo reso pienamente giustizia alle nostre responsabilità di scienziati e di insegnanti"* [5].

La matematica che è sempre stata il campo di prova della capacità di ragionare deve dunque dare testimonianza di riconoscere la sua storia.

Se i problemi dell'insegnamento sono i problemi della gestione dei saperi e dell'organizzazione delle discipline, il problema di una diversa trattazione della Storia in generale passa allora innanzitutto dal porsi di un legame più stretto tra la matematica e la sua storia. Un settore quello della storia della matematica, *disastrato* secondo il parere di G.C. Rota [7] che afferma anche di aver conosciuto non pochi studiosi che si sono dedicati allo studio della storia della matematica abbastanza presto ed in giovane età e una buona parte di essi hanno terminato la loro vita, ultranovantenni, senza andare al di là della matematica greca. È questa forse la conseguenza di una tendenza al globale nel trattare la storia della matematica che sembra proprio non aver successo tanto che M. Serres, accademico di Francia, confessa di essere stato preso per trentacinque anni dalle *Origini della Geometria.* Egli peraltro con ineguagliabile acume scrive: "*La storia delle scienze matematiche si trasforma contemporaneamente all'invenzione di esse, e tanto profondamente, a volte, che sembra mutare non d'andatura, ma di natura"* [8].

Una storia che si trasforma e muta finanche di **natura**, che storia è? quale continuità assicura?

La risposta che dà Serres è che "*Il vivo divenire della purezza matematica implica una disposizione originale, eccezionalmente libera e produttiva, nei confronti della sua storia*" ovvero che la storia della matematica non può essere altro che una *storia libera* nel senso che i matematici congiurano nel *riassemblare* con libertà i fatti. Questo porta anche alla concezione di una storia **astratta** che con U. Eco [2] si potrebbe altrimenti dire una storia **sottile** dove i **prima** e i **dopo** contano assai poco.[2] Eppure è proprio la storia della matematica ad offrire gli esempi più illuminanti ai fini sia della gestione dei saperi sia di un efficace impostazione pedagogica. Le soluzioni che si prospettano sono le seguenti: quella di E.T. Bell, che è storia degli uomini, storia dei matematici la cui vita presenta elementi di interesse tali da essere raccontati, quella di M. Kline che è un felice connubio tra Esposizione della matematica e Storia ma si pone ad un certo livello di conoscenza matematica, quella di H. Eves che seleziona alcuni momenti particolarmente significativi che chiama *grandi momenti*, quella infine di W. Dunham che si impegna a individuare le "gemme", i capolavori della matematica e con essi ne ricostruisce la continuità storica e ne delinea uno sviluppo: il globale dal locale, il continuo dal discreto.

Sono vie diverse per parlare di storia della matematica ma in un modo che risponde all'esigenza di trattare un sapere che è indominabile dal cervello umano e richiede nuove e più efficace forme per essere gestito e comunicato. Ed una forma efficace è certamente l'individuazione di questioni o problemi significativi che giocano il ruolo di tappe di un percorso come lo sono i **grandi matematici** per Bell, **i grandi capitoli** per Kline**, i grandi momenti** per Eves, **i grandi teoremi** per Dunham.[3]

---

[2] Pertinente al riguardo quanto scrive Lewis Namier, Storia e Storiografia, Einaudi: " Il compito dello storico è più simile a quello del pittore che non della macchina fotografica: scoprire e mettere in luce, isolare e porre in risalto ciò che appartiene alla natura della cosa e non già riprodurre indiscriminatamente tutto ciò che colpisce l'occhio.... Similmente, nella storia conta la visione generale e il particolare significativo; e quel che dev'essere evitato è la palude letale della narrazione insignificante....".

[3] Si deve a H.Eves anche l'etichetta di *grandi problemi* assegnata ai problemi di Hilbert del 1900 a sottolinearne la rilevanza nello sviluppo della Matematica. Si rinvia per altri approfondimenti al Servizio Matmedia (www.matmedia.it) e alla sua **Antologia.**

I GRANDI MATEMATICI

Eric T. **Bell** ha certamente portato un contributo notevole alla conoscenza della storia della matematica; l'ha fatto attraverso una narrazione piacevole non tanto dei fatti o risultati matematici quanto attraverso il racconto della vita dei matematici, infatti - egli precisa - che la sua opera *"non ha affatto la pretesa di essere in tutto o in parte una storia della matematica"*. La lista dei matematici offerta da Bell include i matematici del periodo classico ed alessandrino sui quali si hanno poco notizie attendibili quali Zenone, Euclide, Eudosso e Archimede per essere più specifica su:
R Descartes (1596-1650), Fermat (1601-1665), Pascal (1623-1662), Newton (1642-1727), Leibniz (1646-1716), Bernoulli Jacques (1654-1705) e Jean (1667-1748), Eulero (1707-1783), Lagrange (1736-1813), Laplace (1749-1827), Monge (1746-1818) e Fourier (1768-1830), Poncelet (1788-1867), Gauss (1777-1855), Cauchy (1789-1857), Lobatchewsky (1793-1856), Abel (1802-1829), Jacobi (1802-1829), Hamilton (1805-1865), Galois (1811-1832), Sylvester (1814-1897) e Cayley (1821-1895) definiti "i gemelli degli in varianti", Weiertrass (1815-1897) ed al lui accoppiata l'unica donna citata, Sonia Kowalesky (1850-1891): "Maestro e scolara", Boole (1815-1864), Hermite (1822-1901), Kronecker (1823-1891), Riemann (1826-1866), Kummer (1810-1893) e Dedekind (1831-1916), Poincarè (1854-1912), Cantor (1854-1918).

I GRANDI CAPITOLI

Quella di M. **Kline** è **Storia del pensiero matematico (**Einaudi, 1991**).** Nel titolo v'è un profondo significato: "Storia del pensiero", di chi, di quale o quali matematici? Non di Euclide, né di Newton, né di Eulero o Cauchy, eppure di ciascuno di loro e di molti altri, verrebbe da dire di **tutti.** Da questo punto di vista quella di Kline è una **storia astratta**; storia non legata alle individualità, a singoli uomini cronologicamente considerati com'è generalmente per una storia del pensiero filosofico, ma storia delle idee, dei metodi, delle teorie quand'esse si sono presentate non in forma vaga e embrionale ma matura e dirompente a caratterizzare a volte un periodo o ad essere patrimonio di un pensiero collettivo. " L'organizzazione del libro - scrive Kline - privilegia i temi matematici conduttori piuttosto che gli uomini". Tali temi matematici sono presentati e trattati con qualcosa in più rispetto agli ordinari manuali: la dimensione storica che ne illumina la portata e li arricchisce di significato che si coglie nel loro porsi e negli sforzi intellettuali. *Esposizione e storia* dunque; è la matematica, quella nota, con i suoi capitoli più importanti e significativi, analizzati e delineati nella loro prospettiva storica, ad essere presentata. Una storia astratta è matematica, anzi un'esposizione della matematica, una matematica che è stata fatta ma si ripercorre da protagonisti; un'opera dunque fondamentale dal punto di vista didattico anche perché: "*Le presentazioni levigate dei corsi non riescono a descrivere le lotte del processo creativo..*" né, spesso il *perché* di quel che si fa con la conseguenza che "*i normali corsi di matematica sono anche ingannevoli da un punto di vista fondamentale, in quanto offrono una presentazione organizzata logicamente che lascia l'impressione che i matematici passino da un teorema all'altro quasi naturalmente, che siano in grado di padroneggiare qualsiasi difficoltà e che gli argomenti siano completamente definiti una volta per tutte. La successione dei teoremi sommerge lo studente, soprattutto se ha appena incominciato a studiare la matematica*".

I GRANDI MOMENTI

H. Eves, storico della matematica, organizza la "sua" storia attorno alla individuazione di 42 "grandi momenti". Il primo dei grandi momenti è rappresentato dalla formula per il calcolo del volume di un tronco di piramide a base quadrata. L'ultimo è la dimostrazione del teorema dei quattro colori ottenuta da Appel e Haken nel 1976 significativa perché ottenuta con un misto di ragionamento dialettico e di utilizzazione del computer per la verifica di casi residui. Alla lista dunque si potrebbe aggiungere la dimostrazione, ottenuta dopo la pubblicazione del lavoro di Eves, del "secondo teorema di Fermat" operata da Andrew Wiles (1995).

I GRANDI TEOREMI

Il viaggio storico di Dunham [1] nasce dalla instaurazione di una analogia inesplorata: "*discipline diverse come la letteratura, la musica* *e l'arte hanno tutte una loro tradizione critica di esame dei capolavori - i* ***grandi romanzi,*** *le* ***grandi sinfonie,*** *i* ***grandi quadri*** *- che sono considerati gli oggetti di studio più rappresentativi e illuminati. Con questo taglio si scrivono libri e si tengono corsi, al fine di consentire una maggiore familiarità con le pietre miliari della disciplina e con le donne e gli uomini che l'hanno creata*".

Quale l'analogo, in matematica, del capolavoro artistico, quali le pietre miliari della disciplina? Il taglio con cui si scrivono i libri di matematica non è questo e profondamente diverso è il modo di studiarla e di presentarla piuttosto come un unico grande romanzo, una sola grande sinfonia cui molti e progressivamente pongono mano, facendone poi perdere le tracce.

L'atto di concretizzazione dell'ideata analogia porta comunque Dunham a individuare il **teorema**, il **grande teorema** quale vera *unità creativa* della matematica come il romanzo o la sinfonia lo sono rispettivamente per la narrativa e la musica.

Così come i letterati selezionano autori e capolavori nella descrizione di una storia della letteratura, Dunham seleziona così i suoi capolavori, i grandi teoremi atti a delineare un itinerario, un altro **viaggio attraverso il genio**.

I teoremi o pietre miliari che si incontrano in questo **storico** viaggio sono i seguenti:

1. **La quadratura della lunula**
2. **La dimostrazione euclidea del teorema di Pitagora**
3. **L'infinità dei numeri primi**
4. **L'area del cerchio**
5. **La formula di Erone per l'area di un triangolo**
6. **La soluzione della cubica ad opera di Cardano**
7. **Il calcolo di π col metodo di Newton**
8. **La divergenza della serie armonica**
9. **La valutazione di $1+1/4 + 1/9 +...+ 1/k^2$**
10. **La confutazione di Eulero della congettura di Fermat**
11. **La non numerabilità del continuo**
12. **Il teorema di Cantor**

Quello di Dunham è comunque un viaggio storico che tiene conto:

1. degli uomini: i geni che hanno intravisto ed aperto nuove strade;
2. dell'importanza del risultato; ad esempio per le lunule di Ippocrate l'aver sconfessato l'opinione che aree racchiuse da curve dovessero tutte coinvolgere π;
3. della dimostrazione. È il ragionamento deduttivo la vera chiave dell'interpretazione storica, del sigillo di capolavoro. È una degli aspetti fondamentali dell'insegnamento perchè fa parte dell'esperienza di ogni insegnante la consapevolezza che l'alunno che ha capito la sua prima dimostrazione, ha stabilito un rapporto fecondo con la matematica.

Così posto il lavoro di Dunham non può non mostrare una sua rilevanza pedagogica e il suo viaggio porsi come un effettivo itinerario didattico dove l'ordine è quello storico e la continuità del discorso e dello sviluppo della matematica sono ricostruite a partire da tappe ritenute significative. Ognuna delle trattazioni esposte ha propri criteri di scelta delle tappe o pietre miliari che orientano e segnano la ricostruzione storica ed ognuna di esse costituisce un esempio di gestione dei contenuti utile ai fini della comunicazione e dell'insegnamento seguendo la via dell'ordine storico. Si ritrova così il principio genetico di Polya [6]: insegnando una teoria, un concetto dovremmo fare in modo che il giovane ripetesse le grandi tappe dell'evoluzione mentale della razza umana senza fargli ripetere, però, i mille e uno errori del passato, ma soltanto le grandi tappe. Una storia linearizzata, senza quei zig-zag, direbbe de Finetti, che essa cospicuamente presenta. Il principio *storico-genetico* (per distinguerlo da quello *psico-genetico* di J. Piaget) è la trasposizione didattica della legge biogenetica di Ernest Haechel (1834 – 1919) secondo il quale "*l'ontogenesi riepiloga la filogenesi*" ovvero che lo sviluppo del singolo individuo riepiloga la storia dell'evoluzione della specie umana.

Secondo il principio genetico il giovane dovrebbe ripercorrere la strada seguita dai primi scopritori. Secondo il principio dell'apprendimento attivo il giovane dovrebbe scoprire il più possibile da sé. Una combinazione dei due principi, diceva già Polya, suggerisce che si dovrebbe scoprire quello che si deve imparare, quello dunque che è importante ed essenziale che si acquisisca e questo attraverso un programma d'insegnamento scandito da grandi tappe, da fatti significativi. E quali tappe o fatti siano importanti e significativi e quali "errori" o zig-zag siano trascurabili e da evitare è soprattutto una questione di interpretazione. Una scelta che l'insegnante è libero di effettuare secondo i suoi gusti e interessi ma che mette in gioco la padronanza che egli ha di gestire la sua disciplina per organizzarla e presentarla con ordine, ricchezza di vocabolario e di significato storico.

BIBLIOGRAFIA

[1] W. DUNHAM, *Viaggio attraverso il Genio,* Zanichelli, 1992.

[2] U. ECO, *Il Pendolo di Foucault*, Bompiani, 1988.

[3] F. FUKUJAMA, *La fine della Storia e l'ultimo uomo*, Rizzoli, 1992.

[4] S. HAWKING, *Dal big bang ai buchi neri,* Rizzoli, 1988.

[5] G. HOLTON, *Scienza, Educazione e Interesse Pubblico*, Il Mulino, 1990.

[6] G. POLYA, *La Scoperta Matematica,* Feltrinelli, 1971.

[7] G.C. ROTA, *Pensieri Discreti,* Garzanti, 1993.

[8] M. SERRES, *Le Origini della Geometria*, Feltrinelli.