Le partizioni dimostrate

Emilio Ambrisi

Ogni numero più grande di 77 è somma di interi positivi i cui reciproci hanno somma 1. La dimostrazione del risultato è dovuta a Ronald Graham (1963). È molto semplice, ma un misto di procedure: una prima parte di stampo algoritmico, la seconda dialettica. Graham comincia la sua dimostrazione con il costruirsi la tabella delle partizioni degli interi da 78 a 333 e questo gli basta per provare che ogni altro intero è esprimibile in quel modo. Infatti, attraverso l'applicazione ripetuta delle due formule: $m = 2n + 2$ e $M = 2n + 179$, egli estende la tabella da $334 = 2 \cdot 166 + 2$ a tutti i pari successivi e da $335 = 2 \cdot 78 + 179$ ai dispari seguenti. Nessun intero è pensabile che resti fuori.

La partizione di 2017 presente in copertina è facile ottenerla procedendo all'inverso:

$2017 = 2 \cdot 919 + 179$; $919 = 2 \cdot 370 + 179$; $370 = 2 \cdot 184 + 2$; $184 = 2 \cdot 91 + 2$;

Quindi:
91=3+4+6+11+12+22+33

Raddoppiando e aggiungendo 2:
184 = 2 + 6 + 8 + 12 + 22 + 24 + 44 + 66

e ancora:
370 = 2 + 4 + 12 + 16 + 24 + 44 + 48 + 88 + 132

e ancora raddoppiando e aggiungendo
179 = 3 + 7 + 78 + 91

si ottiene:
919 = 3 + 4 + 7 + 8 + 24 + 32 + 48 + 78 + 88 + 91 + 96 + 176 + 264

e infine ripetendo:
2017=3+6+7+8+14+16+48+64+78+91+96+156+176+182+192+352+528

Questa partizione è unica? Può darsi di no. Per n=181

si ha infatti:
181 = 2 + 3 + 7 + 78 + 91

ma anche
181 = 3 + 6 + 8 + 12 + 14 + 15 + 16 + 24 + 35 + 48.