

Origini e prime applicazioni delle coordinate geometriche

Origins and first applications of geometric coordinates

*Silvestro Sannino*¹

Abstract

The note highlights the scientific, pedagogical and didactic value of a topic that comes out from different needs, experiences and disciplines but always with an emphasised mathematical matrix. It draws attention on the natural origin of geometric reference systems. Moreover it focuses on the first literary examples of geometric coordinate systems and their evolution according to the ideas and indications of Dicaearchus, Apollonius of Perga, Eratosthenes and Timosthenes of Rodius. Then it is considered the geometrical basis of medieval nautical cartography that can describe and represent the places of the Earth in terms of polar coordinates and rectilinear coordinates. It is still noteworthy how medieval mathematical cartography constitutes a significant example of high-level problem solving according to the OECD-PISA program.

Nella nota si evidenzia la valenza scientifica, pedagogica e didattica di un argomento che nasce da esigenze, esperienze e discipline diverse ma sempre con una marcata matrice matematica. Si richiama l'attenzione sull'origine naturale dei sistemi di riferimento geometrici. Si richiamano i primi esempi letterari di sistemi di coordinate geometriche e la loro evoluzione secondo le idee e le indicazioni di Dicearco, di Apollonio di Perga, di Eratostene e di Timostene Rodio. Si considera quindi la base geometrica della cartografia nautica medievale in grado di descrivere e rappresentare i luoghi della Terra in termini di coordinate polari e di

¹ Silvestro Sannino: silvestro.sannino@tiscali.it.

coordinate rettilinee. Si fa ancora notare come la cartografia matematica medievale costituisca un esempio significativo di problem solving di livello alto secondo *OECD-PISA program*.

Un riferimento naturale

È un'esigenza naturale, di ordine fisiologico e psicologico, dell'uomo camminatore, e poi cacciatore e navigatore, individuare posizioni e movimenti rispetto ad un sistema di riferimento geometrico. La capacità e la pratica di posizionarsi rispetto ad un riferimento si riscontra anche in uccelli e in animali terrestri come si coglie già nelle riflessioni di Salomone che trova difficile capire il volo degli uccelli nell'aria al pari del moto del serpente sulla roccia e della rotta seguita da una nave in alto mare.

La struttura fisiologica dell'uomo presenta un davanti, un dietro, una destra e una sinistra. Quando l'uomo osserva il suo intorno, o si sposta, il davanti costituisce la direzione privilegiata che egli riferisce a segni percepibili del mondo esterno: un albero, un monte, un'isola, un astro, il vento, le onde marine...

Ma l'uomo che si muove si chiede anche, in modo abbastanza naturale: dove vado? dove sono? E quindi si pone un preciso problema a cui deve dare una soluzione conveniente.

La direzione di spostamento è individuata dal suo davanti rispetto ad un riferimento del mondo esterno; la posizione è fornita dalla distanza percorsa nella direzione del proprio davanti, misurata in passi o con altri sistemi che consentono di stimare il cammino percorso. I parametri direzione di riferimento e cammino percorso forniscono la posizione dell'uomo nel particolare sistema di riferimento. Tali parametri vengono chiamati *coordinate geometriche*. Se il sistema di riferimento è dato da un punto origine e da una direzione di riferimento le coordinate vengono chiamate *polari*. Se il sistema di riferimento è dato da un punto origine e da due rette uscenti da esso si hanno le coordinate *rettilinee*.

È facile immaginare e disegnare in un piano sistemi di coordinate polari o di coordinate rettilinee e riferire ad essi i punti del piano. L'insieme dei riferimenti e delle posizioni del piano formano una "mappa" la quale viene memorizzata dall'uomo o dalla creatura animale; in tal modo esso costituisce una "mappa mentale" o "mappa cognitiva" il cui significato è abbastanza intuitivo.

I riferimenti naturali che l'uomo primitivo ha avuto a disposizione sono la direzione del sorgere del sole o quella del suo passaggio, nel moto diurno, alla massima altezza sull'orizzonte, vale a dire a mezzogiorno. Con la scelta di una direzione privilegiata in un riferimento esterno, l'uomo ha stabilito un *davanti del mondo* rispetto al quale egli individua subito le direzioni relative in analogia a quelle fisiologiche.

Il davanti del mondo per eccellenza, in quasi tutti i sistemi cosmologici dei popoli della terra, è l'oriente equinoziale, cioè la direzione del sorgere del sole agli equinozi. Da esso deriva l'occidente equinoziale, il mesembria o meridione a destra e l'arcton o settentrione a sinistra.

Ma l'uomo dispone anche della direzione dell'asse del mondo che appare fisso sulla volta celeste e viene individuato dalla posizione di opportune stelle e costellazioni. Omero nel XII canto dell'Iliade fa dire ad Ettore che non prende auguri dal volo degli uccelli sia se "vanno a destra, verso l'aurora e il sole//o a sinistra, verso l'ombra tenebrosa". Se il levante è la destra l'arcton o nord è quindi il davanti del mondo.

In tutte le civiltà ed in particolare in tutte le religioni, sono stati individuati un davanti del mondo che quasi sempre coincide con l'oriente equinoziale, salvo la Cina che privilegia la direzione del sole a mezzogiorno, il Sing o Wou.

I sistemi di riferimento cosmografici si arricchiscono di varianti e di aggiunte le quali forniscono anche posizioni reciproche.

I sistemi geometrici di riferimento nell'antichità

Le prime indicazioni letterarie di sistemi di riferimento si ritrovano nei poeti arcaici, in Omero e in Esiodo. Poi anche logografi come Ecateo e viaggiatori come Erodoto, il padre della storia, forniscono significativi paradigmi di sistemi di riferimento geometrici, in origine abbastanza semplici, rudimentali, ma che si affinano con le più ampie e migliori conoscenze del mondo abitabile nonché con le riflessioni dei primi filosofi naturali della scuola ionica di Mileto. In particolare Talete, che aveva la madre di origine fenicia e quindi conosceva bene certe esigenze operative di posizionamento, cercò di fare misure di distanze con metodi geometrici, disponendo anche delle conoscenze acquisite nei suoi viaggi in Egitto, e raccolse il suo sapere in un libro di nautica, secondo il poeta alessandrino Callimaco ed alcuni dossografi.

In tal modo il mondo conosciuto e abitabile, l'*oikumene*, può essere descritto in sistemi di riferimento meno improvvisati, meno incerti e sempre meglio definiti.

Con l'ampliarsi dell'*oikumene* ed in particolare con la grande spedizione di Alessandro Magno fino all'India ed il viaggio del navigatore-astronomo Pitea nei mari del nord, che segue quelli di Scylax di Carianda, dei cartaginesi Annone ed Imilcone e del massaliota Eutimene, il problema di individuare i punti della Terra in un sistema di riferimento si pone in maniera sempre più pressante. Ed in ragione di tale esigenza il messinese Dicearco, allievo di Aristotele, pensa di tracciare una linea che dalle Colonne d'Ercole passa per Rodi e si prolunga fino ai monti Tauri, coincidente col parallelo o climata di

36°, secondo la testimonianza del geografo Agatemore. Tale linea costituiva una sorta di *diafragma* e ad essa venne associata, molto probabilmente, anche una linea perpendicolare o linea meridiana, passante per Rodi. In tal modo i luoghi della Terra potevano essere individuati in base alla loro distanza dal diafragma e alla distanza dal meridiano di Rodi. Di fatto era stato concepito e formalizzato un sistema di coordinate geometriche rettilinee che presero il nome di longitudine e latitudine in relazione alle dimensioni del Mediterraneo che presentava, fin dai tempi di Omero, una lunghezza ed una larghezza in un rapporto che venne valutato, dal matematico Eudosso in poi, in valori diversi, intorno a due a uno e tre a due. Il meridiano di riferimento fu spostato in seguito all'estremo occidentale per evitare di introdurre valori negativi nelle longitudini, come era prassi dei Greci.

Qualche tempo dopo, nel III secolo a.C. Apollonio di Perga studiava le proprietà delle coniche ed introduceva nel suo trattato, in modo originale e indipendente, un sistema geometrico di riferimento formato dalla tangente in un punto della curva e dal diametro che univa tale punto con il centro.

Più tardi, ma siamo sempre nel III secolo a.C., Eratostene di Cirene, direttore della Biblioteca del Museo di Alessandria, riprende l'idea di Dicearco e perviene ad una sistemazione geometrica più compiuta della materia. In via preliminare egli calcola, con metodo elegante ed affidabile, il valore della circonferenza terrestre in 252.000 stadi attici da cui ricava la lunghezza del parallelo di Rodi. Procedo quindi ad una valutazione delle dimensioni del mondo abitabile, l'oikumene, che stima in 78.000 stadi in longitudine e 38.000 stadi in latitudine. Le dimensioni indicate risultano congrue se si attribuisce allo stadio attico un valore di 157.5 metri circa, anche se non tutti gli studiosi di metrologia antica concordano su questo. Eratostene, che secondo Strabone è uno dei pochi a privilegiare il metodo matematico negli studi di cosmografia, non solo fu il primo ad usare il termine *geografia* ma fece anche una valutazione quantitativa della distanza che separava le Colonne d'Ercole dall'India. Tuttavia una nave avrebbe dovuto navigare per oltre cinque mesi per coprire tale cammino e quindi l'eventuale impresa si presentava poco attraente, di scarso interesse. Si deve osservare che le distanze dei luoghi dal diafragma, vale a dire le latitudini, erano valutabili con precisione dell'ordine della frazione di grado, come si desume da dati forniti dall'astronomo Ipparco, da Plinio e da altri autori dell'antichità; tale ordine di precisione era nella natura stessa della misura di latitudine.

La longitudine ricavata dai percorsi per terra o per mare era molto più incerta, incertezza che cresceva per luoghi remoti e poco noti, come si desume anche dalla critica di Strabone e da quella molto severa che Tolomeo muove a Marino da Tiro nel primo libro della sua Geografia.

Una valutazione più precisa delle distanze longitudinali si poteva ottenere dal confronto delle ore locali delle eclissi di luna o di sole, se fatte con metodo ben definito e precisato. Ma nell'antichità si conoscono solo le

osservazioni di una eclissi di luna e di una eclissi di sole, riferite da Plinio. L'eclissi di luna è quella famosa che si ebbe il 30 settembre del 331 a.C alla vigilia della battaglia di Arbela, riferita oltre che da Plinio anche da Tolomeo. Ma mentre Plinio riporta tempi di osservazione dell'eclisse che conducono ad una valutazione congrua di circa 30° gradi tra Arbela e la Sicilia orientale, Tolomeo perviene ad un valore di tre ore di differenza tra il fenomeno osservato a Cartagine e quello visto ad Arbela, con un errore di circa 15°. Tale errore si ripercorse nella lunghezza del Mediterraneo, valutata da Tolomeo in circa 60° contro gli effettivi 40° e si propagò nella lunghezza dell'oikumene stimato in 180°. Questa stima, associata all'adozione delle misure di Posidonio, con un valore del grado inferiore di circa il 25% rispetto a quello di Eratostene, portò ad una valutazione delle dimensioni e del mondo abitabile distorte che crearono discussioni accese, di ordine metrologico, geografico e cosmografico, per quasi 15 secoli, malgrado le accurate misure fatte dagli astronomi arabi di Al Mamoun nella piana di Palmira, fino alla vigilia delle grandi Scoperte Geografiche.

Rimane un dubbio di fondo sulle stime delle dimensioni dell'oikumene. Come mai gli antichi non sentirono il bisogno di utilizzare in modo sistematico le eclissi di luna e di sole per determinare le longitudini con precisione del grado, come per le latitudini?

Il quesito meriterebbe alcune riflessioni che però esulano dalle finalità della presente nota. Si può solo osservare che osservazioni sistematiche di eclissi erano possibili e praticabili con le conoscenze scientifiche dell'epoca. Evidentemente il problema non si poneva sul piano politico, concreto, pratico; di fatto nell'antichità non vi furono misure sistematiche di longitudine con eclissi lunari o solari.

Occorre anche osservare che l'eclissi di Arbela, come risulta da recenti calcoli fatti dalla NASA (National Aeronautics and Space Administration) fu una eclissi di luna solo di penombra, che risulta piuttosto incerta ad osservare, e questo potrebbe spiegare i valori molto diversi riportati da Plinio e da Tolomeo.

Il sistema di coordinate geometriche rettangolari geografiche ebbe analoghe applicazioni in astronomia per descrivere la posizione degli astri e spiegare o, come si diceva allora, salvare i fenomeni relativi.

Nell'antichità si può individuare pure l'applicazione di sistemi geometrici di riferimento in coordinate polari come già è stato notato. L'uomo camminatore o navigatore si riferisce spontaneamente ad un sistema formato da una direzione ed una distanza. Già in Omero il viaggio di Ulisse dall'isola di Ogigia, dimora della bella ninfa Calipso, alla terra dei Feaci del saggio e giusto Alcino, fatto con la skédia da lui stesso costruita, segue una direzione che forma con il Settentrione o Arcton, individuato dall'Orsa Maggiore, un angolo di circa 80°, direzione che coincide mediamente con l'asse longitudinale del Mediterraneo che va dalle Colonne d'Ercole alla

Sicilia e quindi alla Grecia. È una navigazione fatta in alto mare ed ha una durata di 17 giorni. Sempre in Omero il falso Ulisse per seguire il percorso da Creta in Egitto è spinto dal vento di Borea (da nord) ed il viaggio dura circa cinque giorni equivalenti a poco meno di 5000 stadi.

Anche alcune rappresentazioni dell'oikumene vengono fatte in coordinate polari come quella del navarca (ammiraglio) di Tolomeo II, Timostene Rodio del III secolo a.C. il quale nell'opera *Sui Porti*, andata perduta, indica i Paesi noti nelle direzioni della sua rosa di venti che è formata, sulla scia di Aristotele, da 12 venti. Ed una rappresentazione analoga si ha nel mappamondo del Ravennate nell'alto medioevo.

Il sistema geometrico nella cartografia nautica del basso medioevo

Se facciamo un salto nel basso medioevo, appena dopo il Mille, troviamo i naviganti delle città mercantili che seguono rotte nel Mediterraneo in varie direzioni e destinazioni. Secondo gli usi e costumi di bordo di quell'ambiente, connotato da un buon livello di istruzione e da una gestione dell'impresa quasi familiare, gli scrivani di bordo registravano tutti i dati osservati, vale a dire le distanze percorse secondo i diversi venti, e raccoglievano tali elementi in libri che costituivano il materiale di base delle istruzioni nautiche di cui quella più nota e che ci è pervenuta è il *Compasso da Navigare* del XIII secolo d.C. In questo documento vengono fornite direzioni e distanze di alcuni punti notevoli delle coste del Mediterraneo, quindi in un sistema di *coordinate polari*. Inoltre vengono date le coordinate polari di una serie di *peleggi*, cioè di percorsi in alto mare, secondo i rispettivi venti, tra un porto, ad esempio San Pietro in Sardegna, ed altri porti. Ad esempio il peleggio tra Aigues Mortes (Francia) e l'isola di San Pietro viene così indicato: "...da Acque morte all'isola de San Piero 490 millara per sirocco ver lo meco di pauco".

Il problema operativo che si poneva era di questo tipo: come si possono impiegare nel modo più semplice e utile tutti questi dati di posizioni e di direzioni disponibili?

Molti elementi di interesse specifico erano ritenuti a memoria, cioè memorizzati in mappe mentali o cognitive, ed utilizzati all'uopo dal navigante "esperto". La memoria geografica, unidimensionale e bidimensionale, era molto esercitata in quel tempo e quindi riusciva efficace. Ma era anche intuitivo, spontaneo tracciare su mappe rudimentali direzioni e distanze in modo grezzo, indicativo. Le mappe così concepite si affinano e si arricchiscono col tempo; le linee tracciate nelle varie direzioni diventano però numerose. È l'embrione della carta nautica medievale, origine della cartografia matematica moderna. Per ogni porto importante si devono tracciare 32 direzioni azimutali, che sono le direzioni della rosa dei venti adottata dalle

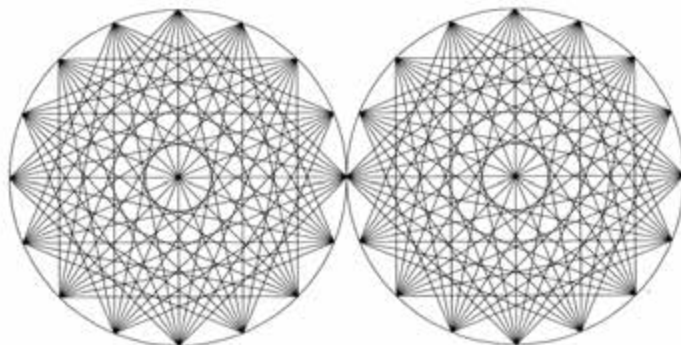
città marinare. L'introduzione dell'ago magnetico, alla fine del XII secolo, rende ancora più numerose le direzioni o rotte da seguire e nasce un problema di ordine pratico che consiste nel tracciare le direzioni dei venti nei principali porti ma senza creare confusione nel sistema di linee sulla carta.

Il problema viene affrontato e risolto utilizzando la geometria euclidea. Nella fattispecie doveva essere una mente pensosa ben introdotta nelle operazioni di pratica navigatoria e con una padronanza consistente, di elevato livello, della geometria euclidea e del suo impiego, condizione certo non molto frequente nella Cristianità degli inizi del XIII secolo. Il problema fu risolto mediante la seguente, elegante soluzione.

Sulla carta nautica vengono tracciate due circonferenze di egual raggio, tangenti esternamente e di ampiezza tale da coprire la gran parte dell'area di interesse. Ciascuna circonferenza viene divisa in 16 parti e si segnano i punti di intersezione dei raggi con le circonferenze. Ciascun punto di intersezione viene congiunto con gli altri punti di intersezione e si hanno quindi segmenti adiacenti formanti angoli pari a metà dell'angolo al centro insistente sul medesimo arco. Per essere l'angolo al centro la sedicesima parte dell'angolo giro, vale a dire $22^{\circ}.5$, ne segue che l'angolo alla circonferenza è metà di esso e quindi di $11^{\circ}.25$, angolo che venne chiamato *quarta* perché la quarta parte degli otto venti principali della rosa dei venti medievale, formata dai venti, a partire dal nord: Tramontana, Greco, Levante, Scirocco, Ostro, Libeccio, Ponente e Maestro.

Con tale soluzione ogni punto di intersezione delle due circonferenze porta 32 direzioni e tali direzioni sono comuni a tutti i punti delle due circonferenze. Quindi in ogni zona della carta nautica medievale si trovano sempre le direzioni prossime a quella che si intende seguire per "raggiungere il desiderato porto per salutare via" per dirla con la suggestiva e profonda espressione di Dante.

Si può ancora osservare che le direzioni tramontana-ostro costituiscono sulla carta i meridiani mentre quelle levante-ponente individuano i paralleli. Inoltre le distanze indicate sulla carta sono alla stessa scala in ogni zona e quindi la carta risulta equidistante, proprietà derivante dal fatto che è stata ritenuta



implicitamente la Terra piana nella regione di interesse. In termini di cartografia matematica la carta nautica medievale si può ritenere una proiezione azimutale equidistante a poli multipli. Gli errori di deformazione della carta sono contenuti entro i limiti di precisione del suo impiego nel Mediterraneo.

Dalla carta nautica medievale alla cartografia matematica

Quando nel XV secolo iniziano i viaggi oceanici la carta nautica costruita con il medesimo principio sopra esposto veniva a occupare regioni sempre più ampie e veniva ad essere assimilata ad una proiezione cilindrica centrale con i meridiani rappresentati da rette parallele e distanti della stessa quantità a tutte le latitudini. Pertanto un arco di parallelo veniva a essere rappresentato sulla carta con lunghezza pari al simile arco di equatore, sicché la carta non risultava equidistante. Invece un arco di meridiano veniva rappresentato sempre della stessa quantità ad ogni latitudine. La carta nautica medievale del Mediterraneo estesa agli oceani venne in seguito chiamata *carta piano(a) quadrata* perché paralleli e meridiani sulla carta formavano un reticolo a maglie quadrate. Su tale carta i punti venivano indicati sia in termini di coordinate geometriche polari, sia in termini di coordinate geometriche rettilinee. Poiché la gran parte dei viaggi oceanici interessarono inizialmente zone a basse latitudini, gli errori della carta, non solo in distanze ma anche in angoli, non vennero evidenziati subito in maniera sensibile, anche perché i cartografi impiegavano due scale: una nei percorsi circa per meridiano e un'altra nei cammini circa per parallelo.

Mentre le misure di latitudine erano precise ad una frazione di grado, come già aveva indicato il poeta Marco Anneo Lucano nell'VIII libro della *Farsaglia*, le longitudini si potevano ricavare dalle latitudini e dalla rotta risolvendo un triangolo rettangolo; tuttavia per direzioni che a partire dal meridiano si avvicinavano al parallelo l'errore cresceva ed i cammini per parallelo si potevano avere solo per stima. Nel 1476 il matematico Johann Muller noto con il nome Regiomontano, elaborò delle tavole astronomiche, affinando il lungo lavoro degli arabi, le quali fornivano la previsione delle eclissi di luna ed sole, riferite al meridiano di Norimberga; in più davano le congiunzioni della luna con i pianeti ed alcune stelle. Era quindi possibile fare misure di longitudini anche in mare. Ma le eclissi sono fenomeni rari. Cristoforo Colombo, che era un autodidatta, osservò una eclissi totale di luna il 29 febbraio 1504, in modo corretto ma diede un risultato errato di oltre due ore, valore che ha suscitato infinite, aspre polemiche ed autori anche di buon intelletto hanno sfiorato il ridicolo cercando di fornire una spiegazione al fatto. Amerigo Vespucci, che era persona istruita, dice di aver fatto, il 23 agosto 1499, una misura di longitudine sfruttando una congiunzione di Marte. Ma i suoi dati costituiscono un autentico "papocchio".

Sul piano storico viene attribuito a Johann Werner il merito di aver fornito, nel 1514, il metodo delle distanze lunari per la determinazione delle longitudini. In realtà Gerardo da Cremona (1114-1187) autore di traduzioni dall'arabo in latino di oltre 85 opere, descrive in modo chiaro il metodo delle distanze lunari nella sua opera *Theorica Planetarum*, riprendendo forse



FIG. 1. - La Carta Pisana (1492). An article on the oldest portable chart is printed at p. 184.

indicazioni di fonti arabe. Per gli eventuali interessati alla tematica si rinvia ai libri di chi stende la presente nota citati in bibliografia.

Riprendendo i problemi della carta piana quadrata essi vennero esaminati dal matematico portoghese Pero Nounes nel 1537 ma senza esito positivo. Poi venne Gerardo Kremer, detto Mercatore, che sistemò le cose con la sua famosa carta del 1569, in cui i tratti di parallelo venivano rappresentati con segmenti proporzionali agli archi di meridiano a tutte le latitudini. Dal punto di vista matematico il tratto di meridiano doveva essere dilatato in modo continuo in ragione della secante della latitudine. Questa condizione implicava il calcolo dell'integrale della funzione secante, calcolo non ancora noto all'epoca. Solo un secolo più tardi (1668) il matematico scozzese James Gregory fornì l'espressione analitica della distanza a cui andavano segnati i paralleli sulla carta di Mercatore, distanza nota come *latitudine crescente*. La carta di Mercatore non ebbe però un impiego immediato ma dovevano passare quasi due secoli prima che si affermasse in modo definitivo nella pratica della navigazione. Nel frattempo la cartografia matematica si era avvalsa di notevoli contributi di geometri del calibro di Lambert, di Euler, di Lagrange fino ad approdare al principe dei matematici Gauss. Le funzioni olomorfe ed importanti capitoli di geometria differenziale furono determinanti per elaborare una teoria generale della cartografia matematica.

Nasce un interrogativo. Chi è stato l'autore della carta nautica medievale con il canovaccio dei rombi di vento tracciati secondo il criterio sopra esposto? Non lo sappiamo. Ma è lecito avanzare qualche ipotesi verosimile.

Si è detto che l'autore doveva avere conoscenze dei problemi della pratica navigatoria ed una padronanza notevole della geometria euclidea. Agli inizi del XIII secolo presso la corte di Federico II fiorì un gruppo di studiosi di notevole vivacità intellettuale animato dal filosofo Giovanni da Palermo che era solito porre problemi matematici invitando a fornire la soluzione chi ne fosse capace. Inoltre Federico II era impegnato in attività di navigazione sia per spostarsi tra le molte terre del suo Impero, sia perché impegnato in una crociata. Il problema dei rombi di vento sulla carta nautica potrebbe essere stato posto e Leonardo Pisano era uno dei pochi in grado di fornire una soluzione geometrica e nautica adeguata. Tra l'altro Leonardo era entrato in rapporti diretti con Federico II intorno al 1225. Oltre a Leonardo anche il suo allievo Campano da Novara possedeva le conoscenze geometriche per risolvere il problema della carta nautica. Potrebbe essere uno dei due l'autore del geniale sistema geometrico della carta nautica medievale?

Va infine osservato che la soluzione del problema di tracciamento del reticolato o canovaccio dei venti, detti in seguito anche rombi di bussola, rappresenta un interessante caso di *problem solving* di elevato livello (La definizione PISA 2012 di competenze di problem solving recita: ... *an individual's capacity to engage in cognitive processing to understand and resolve problem situation where a method of solution is not immediately obvious*...). L'originalità e l'efficacia della soluzione è tanto più ammirevole quando si consideri che per oltre quattro secoli non fu proposta alcuna soluzione alternativa che la sostituisse, in un ambiente in cui le più eccelse menti scientifiche (Zacuto, Vizinho, Nounes, Mercatore, Wright, Stevin, Snell, Galileo, Cassini, Huygens, Flamsteed, Halley, Newton, Bouguer, Euler, Bernoulli, Mayer, Pitot, ...) si interessavano con grande impegno degli aspetti scientifici della navigazione.

Il sistema di coordinate di Nicole Oresme

Mentre la Carta Pisana, oggi conservata alla Biblioteca Nazionale di Parigi, mostrava già, intorno al 1275 una matura soluzione del criterio di tracciamento del reticolato dei rombi dei venti e quindi il riferimento dei luoghi della Terra in un sistema di coordinate polari, in Francia verso il 1360, il dotto vescovo Nicole Oresme pensava di studiare alcune grandezze misurabili in relazione ad altre legate da un certo rapporto. In particolare si mise ad indagare i corpi che si muovono di moto uniformemente accelerato mediante una rappresentazione grafica della velocità e del tempo. Scelta una linea orizzontale che rappresentava i vari istanti di tempo, o longitudini, riportò per ciascun istante su una retta ad essa perpendicolare un segmento di lunghezza pari alla velocità che indicò come latitudine. Oresme trovò, stante il rapporto costante tra i valori della velocità e gli intervalli di tempo, che i

punti segnati si trovavano allineati secondo una retta. Per un moto che iniziava con velocità nulla l'insieme delle velocità o latitudini formava un triangolo rettangolo la cui area rappresentava lo spazio percorso. L'argomento viene riferito nei testi di Storia della Matematica come quello di Carl B. Boyer ed è stato fatto oggetto di studi particolari di ordinaria reperibilità.

Le indicazioni delle coordinate rettangolari degli istanti di tempo e delle corrispondenti velocità mediante i termini di longitudine e di latitudine richiamano la genesi concettuale del sistema di coordinate geometriche di ascisse e di ordinate. Il ragionamento di Oresme contiene anche i prodromi dello studio grafico di una funzione in un riferimento di assi ortogonali e quindi di quella speciale branca di studio che prenderà poi il nome di geometria analitica.

Il riferimento di punti a sistemi di coordinate geometriche troverà in seguito occasioni di impiego sempre più numerose in vari campi e discipline. Ad esempio in geodesia e in topografia vengono utilizzati sistemi di coordinate rettilinee per rappresentare i luoghi della terra. Il Catasto rappresenta sulle carte UTM (Universal Transverse Mercator) fabbricati e particelle di terreni in coordinate Gauss-Boaga, in Italia, o Gauss-Kruger in Germania, materia di grande interesse matematico, pratico e giuridico. Anche le mappe di navigazione mediante sistemi di posizionamento del tipo GPS (Global Positioning System) installate in moltissimi veicoli, compresi quelli terrestri, riferiscono i luoghi ad un sistema di coordinate gaussiane.

Bibliografia

- [1] S. SANNINO - *Storia della Navigazione* - Volumi I, II, 2007.
- [2] CARL. B. BOYER - *Storia della Matematica* - Mondadori, Milano 1980.
- [3] C. MULLER - *Geographi Graeci Minores* - Vol. II, Paris, 1861.
- [4] J.B. Harley; D. Woodward - *The History of Cartography*, Vol. 1, Chap. 8; 9; 19 - Chicago, 1987.
- [5] B. BONCOMPAGNI - *Intorno ad alcune Opere di Leonardo Pisano* - Roma 1854.
- [6] NASA/TP - *Five Millennium Catalog of Lunar Eclipses, 2000 BCE to 3000 CE* - 2009.
- [7] S. SANNINO - *L'Arte Nautica di Cristoforo Colombo* - Edizione ESA 2014.
- [8] D.J. STRUIK - *Outline of a history of differential geometry* - ISIS 19, 1933.