Alberto Pavoncello

UN CRITERIO GENERALE DI DIVISIBILITA'

Estratto dagli ATTI del Periodico di Matematiche
Presentatati al Convegno di Cattolica e pubblicati sugli ATTI del Convegno di Paestum

Tipografia R. Luciani
☎ (06) 77.90.65

Alberto Pavoncello

Un criterio generale di divisibilità

Premessa (1)

$p_{1\cdot1}$) Indichiamo con N l'insieme dei numeri naturali.
$p_{1\cdot2}$) Indichiamo con U l'insieme dei numeri naturali tali che la loro ultima cifra sia 1, 3, 7, 9.
Le considerazioni successive motiveranno l'opportunità di riferirsi agli elementi di tale insieme.

$p_{1\cdot3}$) $\forall\, m \in N$ poniamo:

$$m = 10m_1^+ + \overline{m}_1 \implies m_1^+ = \frac{m - \overline{m}_1}{10}$$

dove

m_1^+ numero formato dal numero m privato dell'ultima cifra.
cifra.

$\overline{m}_1$ ultima cifra, o cifra delle unità, del numero m.

$$\text{es. } 3745 \implies m_1^+ = 374;\ \overline{m}_1 = 5$$

Naturalmente se a e b sono due interi qualunque $(\overline{ab})_1$ e $(\overline{a \pm b})_1$, rappresenteranno l'ultima cifra del prodotto e della somma o differenza tra a e b; $(ab)_1^+$ e $(a \pm b)_1^+$, rappresenteranno il prodotto e la somma o differenza tra a e b privati dell'ultima cifra.

$p_{1\cdot4}$) $\forall\, n \in U \ \exists\, k \in U \mid (\overline{kn})_1 = 1$

Ossia multipli di n la cui ultima cifra è 1.
Ad esempio se $n = 17$, $k = 3$, 51 è multiplo di 17 la cui ultima cifra è 1; ma godono della stessa proprietà i $k = 13, 23, 33, \dots, 10w + 3$ con $w \in N$.

Si osservi che se $n \notin U$ riesce $(\overline{kn}) \neq 1 \ \forall k \in N$

Dalle precedenti premesse derivano i seguenti:

Lemma (1.1)

$$(\overline{kn})_1 = 1 \Longrightarrow (\overline{knq})_1 = \overline{q}_1 \ \forall \ q \in N$$

Lemma (1.2)

$$(\overline{kn})_1 = (\overline{k\overline{n}_1})_1 \quad \forall \ n \in \ N$$

Teorema (1)

Condizione necessaria e sufficiente affinché un numero $n \in U$ divida un numero $m \in N$ ($m : n = intero$), é che, preso $k \in U$ in modo tale che $(\overline{kn})_1 = 1$, n divida il numero

$$m_1 + \frac{kn - 1}{10} \overline{m}_1$$

In simboli

$$n/m \Longleftrightarrow n/(m_1 + \frac{kn - 1}{10} \overline{m}_1) \quad n, \ k \in U; \ m \in N$$

La condizione è necessaria

Supponiamo per assurdo che n non divida il numero

$$m_1 + \frac{kn - 1}{10} \overline{m}_1$$