CONVEGNO "MATHESIS" - CATANIA 23 GENNAIO 2020 - ISTITUTO TECNICO G.B. VACCARINI

LUDENDO DISCITUR

Giuseppe Zappalà (Catania, giuseppe.zappala@virgilio.it)

Carissimi amici e colleghi, permettetemi anzitutto di esprimere i miei più sinceri apprezzamenti per la felicissima scelta della lingua latina, allo scopo di dare un titolo al tema del convegno, in questi tempi nei quali si sprecano inutili inglesismi(vedi *spending review*), ha l'effetto salutare di una boccata di ossigeno.

Metto al secondo posto la mia gratitudine per l'invito da parte del Comitato Organizzatore e rivolgo un grazie sincero e affettuoso a tutti i presenti.

Anche se gli antichi romani hanno curato poco gli studi della scienza di Pitagora, ebbero il merito di lasciare ai posteri una lingua basata sulla logica e, in un certo senso, matematica e latino sono accomunate da un'altra caratteristica, sono amati da pochi e odiati da molti (in blocco o separatamente).

Spero sia chiaro a tutti che la colpa specifica non si può attribuire a LATINO e MATEMATICA in quanto tali, essi sono un prodotto cerebrale pura espressione dell'intelligenza umana, se mai la colpa di questo sgradevole fenomeno va attribuito, con diverse gradazioni variabili da persona a persona: a noi insegnanti, agli autori dei testi scolastici, a coloro che hanno legiferato con vario incarico nel tormentato campo dell'istruzione.

E non posso perdere l'occasione di ricordare ai presenti che, circa un mese fa, radio, televisione, giornali, periodici, hanno cercato di attirare l'attenzione verso una notizia per nulla gradevole: l'*OCSE* ha messo in rilievo gravi deficienze nella comprensione di un testo e nella risoluzione dei quesiti relativi alla matematica, da parte degli studenti italiani, e maggiormente degli studenti meridionali. Per questo motivo, invito tutti i presenti a portare al di fuori di quest'aula i propositi e le decisioni a cui saremo pervenuti; rimbocchiamoci idealmente le maniche e proviamo a sovvertire le statistiche attuali veramente impietose, imitando il poeta diciamo in coro: *nati non fummo*.....

Ho cercato con molta attenzione, addirittura per alcuni giorni ho comprato altri due quotidiani oltre i due abituali, allo scopo di conoscere come la politica ufficiale ha giudicato l'evento, silenzio assoluto , fosse accaduta qualcosa del genere nella Francia napoleonica, perlomeno sarebbero stati convocati gli *STATI GENERALI* competenti. Cito il Grande Corso perché, a mia conoscenza, è stato l'unico capo di governo a dimostrare vivo apprezzamento per la matematica affermando che, da questa scienza, dipende il benessere delle nazioni.

Questo giudizio assieme alla sentenza di Pitagora *"tutte le cose che si conoscono hanno numero; senza questo nulla sarebbe possibile pensare, né conoscere"* si sintetizzano nel pensiero di Platone il quale auspicava che i giovani destinati al governo della *"cosa pubblica"*, fossero educati alla conoscenza della aritmetica e della geometria per elevarne lo spirito sino a pervenire al mondo delle idee.

Una Società in cui sia ben diffusa una cultura scientifica, risolverebbe senza traumi e con piena soddisfazione dei suoi componenti, molti problemi incancreniti per effetto di tanti pseudo provvedimenti emanati da rispettabilissime persone che, per loro formazione culturale, non essendo allenate sufficientemente a risolvere problemi teorici, non sono adeguatamente preparati ad affrontare quelli pratici.

L'altra notizia, più o meno contemporanea alla precedente, che ha suscitato il mio interesse e la mia curiosità, è stata quella del "*bambino prodigio*" olandese prossimo alla laurea, in una scientifica specialità, alla favolosa età al di sotto dei dieci anni. A tale riguardo sono desideroso di conoscere cosa sarebbe successo a questo virgulto iperdotato se fosse stato cittadino italiano residente, quasi certamente avrebbero ostacolato in tutti i modi il suo cammino, citando leggi commi e modificazioni varie lo avrebbero condannato a vita alle elementari; contemporaneamente sarebbero intervenuti gli irriducibili nostalgici di qualche riforma del passato i quali avrebbero proposto il lavaggio del cervello. Scherzi a parte, la gradita presenza in quest'aula di ben due ispettori ministeriali può soddisfare la mia curiosità.

Tornando al titolo, "*ludendo discitur*", tradotto letteralmente significa "*imparare giocando*" ma attenzione, ci sono giochi e giochi, se qualcuno pensa che la matematica si debba ridurre alla materia del pressappoco oppure che, nelle aule scolastiche, si celebri il trionfo del latino maccheronico, ha sbagliato in pieno.

Personalmente sono propenso alla versione "*imparare con gioia*"; i giochi più difficili sono anche quelli più stimolanti. Tornando alla scuola, dato che ho raggiunto il traguardo degli "*ottantaquattro*" e sono una "*quota centoventicinque*" ovvero 75+50, ritengo di poter dare qualche amorevole consiglio a quanti sono ancora operativi.

Il caso ha voluto che nei cinquanta dichiarati, per quarantuno sono stato insegnante universitario, per venti ho insegnato negli istituti tecnici, per parecchi in entrambi e così, involontariamente, ho accumulato un'esperienza non comune che cerco di trasmettere a qualcuno venuto dopo di me.

Al fine di raggiungere lo scopo del convegno, secondo me, occorre rimodulare metodi e programmi a partire dalle scuole elementari, ed è un vero peccato che non sia presente una nutrita rappresentanza di insegnanti della scuola primaria e di quella secondaria di primo grado.

Ludendo discitur, per insegnare e quindi apprendere in modo gradevole la scienza dei numeri, occorre mettere fuori campo l'antico pregiudizio secondo cui *"la matematica è esercizio"* messo in pratica assegnando esercizi su esercizi che non risolvono nulla. Fossi ancora io in esercizio, in una prima superiore, partirei dai numeri naturali *"uno, due, tre,......,"* come proponeva Kronecher, quindi passerei alle definizioni delle operazioni principali e alle loro proprietà che metto in elenco.

Addizione
L'addizione (+) è l'operazione che assegna ad ogni coppia di numeri un terzo numero chiamato somma. La somma di due numeri è quel numero ottenuto contando di seguito le unità del primo e quelle del secondo.

Moltiplicazione
La moltiplicazione (x) è l'operazione che assegna ad ogni coppia di numeri un terzo numero chiamato prodotto. Il prodotto di due numeri è quel numero ottenuto sommando tante volte il primo quante sono le unità del secondo.

Sottrazione
La sottrazione (-) è l'operazione mediante la quale ad ogni coppia ordinata di numeri di cui il primo supera il secondo, chiamati rispettivamente minuendo e sottraendo, assegna un numero chiamato differenza (fra primo e secondo). Si chiama differenza a-b del numero a (minuendo) con il numero b (sottraendo) quel numero c (se esiste) tale che

$$a = b+c \quad (\text{da cui } a-b = c \text{ con } a-c = b) \qquad (1).$$

Divisione
La divisione (:) è l'operazione mediante la quale ad ogni coppia ordinata di numeri, chiamati rispettivamente dividendo e divisore, assegna (se possibile) un numero chiamato quoziente del primo rispetto al secondo.

Si chiama quoziente a:b del numero *a* (dividendo) rispetto al numero *b* (divisore) quel numero *c* (se esiste) tale che

$$a = b \times c \ \text{(da cui } a:b = c \text{ con } a:c = b) \qquad (2).$$

Proprietà dell'addizione (+)

Proprietà commutativa - "La somma di due numeri (addendi) rimane inalterata cambiandone l'ordine simbolicamente espressa dalla scrittura

$$a+b = b+a \qquad (3)$$

Proprietà associativa - "La somma di tre numeri si ottiene sommando ad uno di essi la somma dei rimanenti, oppure: La somma di tre numeri si ottiene sommando alla somma di due di essi il rimanente", espressa simbolicamente (R.Courant e H.Robbins, M.Villa, M.Zamansky) con la scrittura stringata

$$a+(b+c) = (a+b)+c \qquad (4)$$

poiché questa può dare l'impressione che va mantenuto l'ordine degli addendi, secondo me, è preferibile quest'altra

$$a+b+c = (a+b)+c = a+(b+c) = (a+c)+b \qquad (5)$$

Proprietà della moltiplicazione (x)

Elemento neutro - Dalla definizione segue che $1 \times a = a \times 1 = a$ per questo motivo il numero 1 viene chiamato elemento neutro della moltiplicazione.

Proprietà commutativa - Il prodotto di due numeri (fattori) resta inalterato cambiandone l'ordine

$$a \times b = b \times a \qquad (6)$$

Proprietà associativa - Come per l'addizione

$$a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c) = b \times (a \times c) \qquad (7)$$

Proprietà distributiva - Per moltiplicare una somma per un numero o un numero per una somma, si moltiplicano per esso i singoli addendi e si sommano i prodotti ottenuti

$$a \times (b+c) = a \times b + a \times c \qquad (8)$$

da questa proprietà deriva la regola: in una espressione numerica ove figurano addizioni e moltiplicazioni queste ultime vanno eseguite prima.

Primo ampliamento del campo numerico

Come detto nella definizione, è impossibile sottrarre da un numero assegnato uno uguale ad esso, al fine di effettuare l'operazione si definisce:

$$a - a = 0 \qquad (9)$$

per qualunque numero naturale *a*, in questo modo la cifra 0 diventa numero, la successione 0, 1, 2, 3,....costituisce l'insieme dei numeri interi.

Per la proprietà fondamentale della sottrazione *a-b=c* implica *a = b+c* e da (3) si ottiene

$$a = a+0 = 0+a \qquad (10)$$

e si dice che 0 è l'elemento neutro dell'addizione.

Utilizzando la proprietà distributiva rovesciata si ha

$$a - a = 1 \times a - 1 \times a = a \times 1 - a \times 1 = a \times (1-1) = a \times 0 = 0 \qquad (11)$$

questo risultato valido per qualunque valore di a, permette di chiamare lo 0 annullatore per il prodotto.

Il secondo ampliamento del campo numerico si ottiene mediante l'introduzione delle frazioni, il terzo con l'introduzione dei numeri negativi, queste due estensioni vengono effettuate in modo da *"conservare le proprietà formali che caratterizzano le operazioni elementari dirette",* ossia rispettando il *"principio di permanenza"* di Hankel (F. Severi), il risultato finale è costituito dall'insieme dei numeri razionali, nel quale sono consentite le quattro operazioni elementari esclusa la divisione per zero (0).

Superato il capitolo dei n. razionali, introdotti i primi rudimenti del calcolo letterale, consiglio di iniziare la risoluzione dei problemi, a questo punto approfitto della vs. cortesia per narrare un'esperienza personale.

Una mattina appena entrato in aula, ho letto il testo del seguente problema (vetusto): *Dentro un pollaio si trovano galline e conigli, il numero delle teste è 20 quello dei piedi 60, calcolare entro cinque minuti il numero delle galline e quello dei conigli.* Trascorso il tempo assegnato nessun allievo dichiarò di avere la risposta. Allora ho chiesto: se gli animali fossero solo galline quanti piedi conteremmo? quasi tutti risposero a tono 40, ma uno solo andò oltre *"abbiamo 10 galline e 10 conigli"* e spiegò che, in quel caso, avremmo avuto 20 piedi in eccesso che andavano distribuiti due per ogni coniglio. Poi dissi, risolvere problemi è un'arte, la matematica insegna quest'arte vi spiego come. Supponiamo di conoscere il numero Z delle galline quanti saranno i conigli? pochi risposero 20-Z, ma quando feci notare che si era utilizzato soltanto uno solo dei dati, un numero confortante di studenti scrisse l'equazione

$$2Z+4(20-Z) = 60 \qquad (12)$$

La fine della lezione chiuse il discorso. Nella lezione successiva ho notato che i ragazzi si erano coalizzati ed erano riusciti a risolvere l'equazione, da

$$2Z+80-4Z = 60 \qquad (13)$$

ottenuta applicando alla (12) la proprietà distributiva, si passa a

$$80-60 = 4Z-2Z,\ 20 = 2Z,\ Z = 10 \qquad (14)$$

applicando una proprietà della sottrazione e una della divisione. Dissi che esisteva un modo più semplice per impostare il processo di risoluzione, bastava supporre ancora che Z fosse il numero delle galline e V quello dei conigli; invitati a scrivere simbolicamente le relazioni suggerite dai dati, con soddisfazione ho constatato che dopo qualche minuto di riflessione più di mezza classe aveva scritto

$$V+Z = 20,\ 2Z+4V = 60 \qquad (15)$$

allora ho detto che una coppia di equazioni forma un sistema e che ricavando dalla prima

$$V = 20-Z \qquad (16)$$

e sostituendo nella seconda si riottiene l'equazione

$$2Z+4(20-Z) = 60 \qquad (17) .$$

Più facile l'impostazione e più lungo il procedimento. Quando poi ho aggiunto che, durante la discussione, si erano intromesse delle lucertole e quindi il numero totale dei piedi era divenuto 80, alla richiesta del numero dei rettili ho visto visi sorridenti e alzarsi molte mani aperte.

Per il resto dell'anno ho assegnato un problema per ogni lezione e una moderata dose di esercizi relativi alle questioni correnti.

Concludendo, da quel giorno ho percepito da parte degli studenti una maggiore disponibilità, erano consapevoli dell'importanza delle equazioni e accettavano, senza eccessiva repulsione, lo sviluppo del calcolo letterale perché propedeutico ad uno studio approfondito di quel magico strumento, in più confesso che alcuni genitori approvarono personalmente il mio operato; l'esperimento non ebbe seguito, i colleghi continuarono a mantenere le loro convinzioni e nel frattempo avevo vinto il concorso per il passaggio alla Facoltà di Ingegneria. Un'ultima considerazione, per il sottoscritto la matematica ovvero "la scienza del come e del perché consiste essenzialmente in cultura e conoscenza", l'esercizio costituisce soltanto l'ultimo anello della catena, l'ultima fase dell'apprendimento.

Stavo dimenticando un particolare, fu in quella occasione che per la prima volta dissi ai miei allievi: in matematica impera la legge del circo, espressa con sole tre parole "sempre più difficile".

BIBLIOGRAFIA

Courant R. e Robbins H. - CHE COS'E' LA MATEMATICA?, Boringhieri Torino 1964

Marletta G. e Aprile G. - ELEMENTI DI ARITMETICA, S.E.I Torino 1941

Severi F. - LEZIONI DI ANALISI VOL I, Zuffi Bologna 1953

Villa M. - REPERTORIO DI MATEMATICHE, Cedam Padova 1971

Zamansky M - INTRODUZIONE ALL' ALGEBRA E ALL' ANALISI MODERNA, Feltrinelli Milano 1976