Da Periodico n, 3/1939

Risposte.

Risposta alla questione n. 294.

In un articolo pubblicato, poche settimane or sono, da un giornale quotidiano, si affermava che « teoricamente » un proietto lanciato verticalmente nel vuoto ritorna entro il cannone, anche quando si tenga conto della rotazione diurna della terra. Dimostrare che, a tutto rigore, ciò non è vero, a meno che il cannone non si trovi ai poli.

Supponiamo di trovarci nell'emisfero boreale; la terna x, y, z mobile, connessa con la terra, supposta sferica, sia così costituita: l'asse z sia la verticale del luogo A di sparo, positiva verso l'alto; l'asse x tangente al parallelo verso l'est, e l'asse y tangente al meridiano verso sud. Si può prescindere dal moto di traslazione della terra il cui centro nel tempo assai breve in cui accade il fenomeno può supporsi dotato di moto rettilineo uniforme con velocità di 3×10^4 m. al sec. Non terremo conto che della rotazione intorno alla retta dei poli riguardata come fissa; il moto di rotazione avendo luogo da ovest verso est, la direzione positiva dell'asse di rotazione è quella da nord verso sud conforme alle convenzioni.

Il modulo della veloc. angolare è $\omega = 2\pi : 86400 = 73 \times 10^{-6}$ circa e però ω^2 è una quantità piccolissima. Chiamando m, F, P_r'', P_s'', P_c'', rispettivamente la massa del proietto, la forza dovuta all'attrazione della terra, le accelerazioni relativa, di trascinamento e di CORIOLIS, si ha per il moto del proietto P l'equazione vettoriale:

$$mP_r'' = F - mP_s'' - mP_c''$$

$F - mP_s''$, differenza fra la forza di attrazione della terra e la forza centrifuga, si può ritenere costante e sensibilmente verticale;

il suo valore, che noi misuriamo, è mg. Le componenti del vettore velocità angolare Ω secondo gli assi mobili, se λ è la colatitudine del punto A, sono:

$$0; \quad \omega \cdot \operatorname{sen} \lambda; \quad -\omega \cos \lambda;$$

e però quelle di

$$P_c'' = 2\Omega \wedge P'.$$

sono

$$2\omega(z' \operatorname{sen} \lambda + y' \cos \lambda); \quad -2\omega x' \cos \lambda; \quad -2\omega x' \operatorname{sen} \lambda.$$

Dall'equazione vettoriale precedente si ricavano le seguenti equazioni per lo studio del moto relativo:

$$\begin{aligned} x'' &= -2\omega(y' \cos \lambda + z' \operatorname{sen} \lambda) \\ y'' &= 2\omega x' \cos \lambda \\ z'' &= -g + 2\omega x' \operatorname{sen} \lambda. \end{aligned}$$

Le condizioni iniziali di moto sono $x = y = z = 0$; $x' = y' = 0$; $z' = v_0$. Trascuriamo i termini in ω^2. Dalle due ultime equazioni si ha:

$$y' = 2\omega x \cos \lambda; \quad z' = -gt + 2\omega x \operatorname{sen} \lambda + v_0.$$

Sostituendo nella prima, riducendo e trascurando i termini in ω^2 si ha successivamente:

$$\begin{aligned} x'' &= -2\omega v_0 \operatorname{sen} \lambda + 2\omega\, g\, t \operatorname{sen} \lambda \\ x' &= -2\omega v_0 \operatorname{sen} \lambda t + \omega g\, t^2 \operatorname{sen} \lambda \end{aligned}$$

(1) $$x = -\omega v_0 \operatorname{sen} \lambda t^2 + \frac{1}{3} \omega g\, t^3 \operatorname{sen} \lambda.$$

Poscia:

$$y' = 0; \quad z' = -gt + v_0$$

e infine

(2) $$y = 0; \qquad (3) \quad z = -\frac{gt^2}{2} + v_0 t.$$

Eliminando t fra (1) e (3) si ha l'equazione della traiettoria. Il tempo che decorre dallo sparo al momento che il proietto tocca il suolo è $\dfrac{2v_0}{g}$ e il punto in cui il mobile colpisce il piano xy ha per coordinate:

$$x = -\frac{4}{3} \frac{\omega v_0 \operatorname{sen} \lambda}{g^2}; \quad y = 0;$$

punto che differisce da quello di partenza, a meno che λ sia uguale a zero, cioè che il cannone si trovi al polo. Tenendo conto dei termini in ω^2, avremmo anche trovato una deviazione lungo l'asse y.

Questa risposta è dovuta al prof. A. MACCONE, altre ci pervennero dai proff. M. MORINI e M. DEDÒ.