Consideriamo ora il cerchio Γ di equazione: $x^2+y^2=8$ ed il punto $C\equiv(2;2)\ \in\Gamma$; il quadrante AOB ha area $X+Y+Z=\pi$, Y è il quadrato di area 4 e $Y=Z$.

$$\int_0^2 \sqrt{8-x^2}dx=X+Y=\ \frac{1}{2}\ (2x+2y)=\ \frac{1}{2}$$

$$(X+Y+X+Y)=\ (2\pi+4)=\pi+2. \qquad (2)$$

Suddividiamo l'intervallo (0,2) in sottointervalli di lunghezza unitaria. Tenuto conto della tabella

x	0	1	2
$f(x)$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{7}$	2

la formula di Simpson esprime che

$$\int_0^2 \sqrt{8-x^2}dx\approx\ \frac{1}{3}\left(\sqrt{8}+4\ \sqrt{7}\ +\ 2\right)$$

confrontando con la (2)

$$\pi\approx\ \frac{1}{3}\ (\sqrt{8}+\sqrt{7}+2)-2$$

un minicomputer dà subito

$$\pi \approx 3{,}1379144123$$

L'approssimazione ottenuta non è certo rispettabile.
Suddividiamo l'intervallo (0,2) in 2m intervalli eguali di lunghezza 2h

$$(x_0, x_2),\ (x_{,3}, x_4)\ \dots\ (x_{2m+2}, x_{2m})$$
$$\text{con } x_0 = 0 \text{ e } x_{8m} = 2)$$

l'applicazione ripetuta della ([11]) da

$$\int_0^2 \sqrt{8 - x^2}\, dx \backsim \frac{b}{3} \Big[y_0 + 4\ (y_1 + \dots y_{8m-4}) + 2\,(y_2 + y_4 + \dots y_{8m-2}) + y_{8m} \Big]$$

che dicesi formula generalizzata di Simpson.

Se ci riferiamo alla tabella

x	0	$1/2$	1	$3/2$	2
$f(x)$	$\sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{31}}{2}$	$\sqrt{7}$	$\frac{\sqrt{23}}{2}$	2

$$\int_0^2 \sqrt{8 - x^2}\, dx \backsim \frac{1}{6} \left[\sqrt{8} + 4 \left(\frac{\sqrt{31}}{2} + \frac{\sqrt{23}}{2} \right) + 2\ \sqrt{7}\ + 2 \right] =$$
$$= \frac{1}{3} \Big[\sqrt{2} + \sqrt{31} + \sqrt{23} + \sqrt{7} + 1 \Big)$$

che dà

$$\pi \approx 3{,}14118692$$

La considerazione ulteriore della tabella

x	0	$1/4$	$1/2$	$3/4$	1	$5/4$	$3/2$	$7/4$	2
$f(x)$	$\sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{127}}{4}$	$\frac{\sqrt{31}}{2}$	$\frac{\sqrt{119}}{4}$	$\sqrt{7}$	$\frac{\sqrt{103}}{4}$	$\frac{\sqrt{23}}{2}$	$\frac{\sqrt{79}}{4}$	2

dà

$$\int_0^2 \sqrt{8-x^2}\,dx \infty \frac{1}{12}\left[\sqrt{8}+4\left(\frac{127}{4}+\frac{\sqrt{119}}{4}+\frac{\sqrt{103}}{4}+\frac{\sqrt{79}}{4}\right)+2\right.$$

$$\left.\left(\frac{\sqrt{31}}{2}+\sqrt{7}+\frac{\sqrt{23}}{2}\right)+2\right]=$$

$$=\frac{1}{12}\left(\sqrt{8}+\sqrt{127}+\sqrt{119}+\sqrt{103}+\sqrt{79}+\sqrt{31}+2\sqrt{7}+\sqrt{23}+2\right)$$

e quindi

$$\pi \approx 3{,}141562617$$

con un errore inferiore a 3.10^{8} e che con il metodo archimedeo è possibile ottenere considerando il poligono regolare iscritto di 384 lati.