Prototipo 1

Detta *U* l'energia potenziale di una forza conservativa che agisce lungo una retta su di un punto materiale di massa *m,* dimostra che tra forza ed energia sussiste la relazione

$$F = -\frac{dU}{dx}$$

Se la forza è {espressione di una funzione continua} quale è l'energia potenziale di cui è espressione? Quale operazione hai usato per trovare l'energia potenziale? Quale teorema ci permette di dire *a priori* che il problema ammette soluzione? Fornisci una dimostrazione di questo teorema. La soluzione è unica? Se non lo è da cosa dipende? etc... Posso dare poi la *U* e fare trovare i punti di max e min e chiedere di che tipo di punti equilibrio si tratta

<u>Cambiare l'espressione della forza permette di dare diverse tracce</u>.

Prototipo 2

Sia F {espressione di una funzione continua } una forza variabile che agisce lungo una retta fissata. L'espressione del lavoro compiuto dalla forza da un punto *a* a un punto *b* è $\int_a^b F(x)\,dx$ Qual è una condizione sufficiente alla quale una funzione che esprime una forza variabile agente lungo una assegnata retta deve sottostare affinché il lavoro sia calcolabile? Dimostra il teorema che garantisce questa condizione sufficiente. Come si calcola il lavoro medio della forza? In quale punto del cammino considerato la forza è massima possibile?

Prototipo 3

Dalla legge di Lenz si sa che la corrente indotta in una spira è

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

dove ε è la corrente indotta e Φ rappresenta il flusso del campo magnetico attraverso la spira. Se $\varepsilon = \varepsilon(t)$ {espressione continua di una funzione continua in t}, stabilisci come varia il flusso attraverso la spira. I dati sono sufficienti per determinare univocamente il flusso? Calcola il flusso medio in un intervallo di tempo considerato.

Prototipo 4

Dimostra un tot di teoremi sull'integrazione definita secondo Riemann e illustra l'importanza che essa riveste sia in Matematica che in Fisica. Inventa, cerca sul libro di testo o su Internet almeno un problema di Fisica che applichi i teoremi trattati, mettendo in luce le conoscenze e le procedure connesse al o ai teoremi dimostrati. In caso del libro di testo o di Internet non sono accettati problemi già svolti e comunque bisogna dare il riferimento all'esercizio o al sito web.

Prototipo 5

Un punto materiale si muove di moto rettilineo, poniamo lungo l'asse x, con accelerazione *a(t)={funzione integrabile elementarmente due volte}*, velocità iniziale v_o e posizione iniziale x_0. Scrivere la legge oraria a partire dai dati forniti, per il periodo in cui l'accelerazione è data dalla legge scritta sopra. Quale teorema garantisce che è possibile risolvere il problema? Da' una dimostrazione del teorema individuato. *{Si può poi dare un grafico di una funzione che rappresenta l'accelerazione e chiedere di tracciare un grafico probabile della velocità}*

Prototipo 6

Un punto materiale si muove lungo una traiettoria rettilinea con accelerazione

$$a = a_0\left(1 - 3^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

dove t rappresenta il tempo in secondi, $a_0 = 2{,}0$ m/s e $\tau=4{,}0$ s.

a) Tracciare il grafico accelerazione tempo del punto materiale.
b) Calcolare il tempo in cui l'accelerazione iniziale a_0 si riduce a un terzo di quella iniziale.
c) Calcolare la velocità con cui il punto si muove in funzione del tempo se esso parte da fermo.
d) Specifica che operazione usi per risolvere il quesito al punto precedente e quale teorema garantisce che il problema ha soluzione. Fornisci una dimostrazione di questo teorema.
e) Dimostra la formula di derivazione della funzione esponenziale in base qualunque.

Anche questo problema permette lievi variazioni con la funzione di partenza

Prototipo 7

1. Il candidato enunci e spieghi le equazioni di Maxwell, mettendo in luce il contributo apportato da Maxwell con l'introduzione della corrente di spostamento nella cosiddetta equazione di Ampère-Maxwell.
2. In assenza di sorgenti (nel vuoto) la quarta equazione di Maxwell può essere scritta nella maniera seguente:
$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl}=\mu_0\epsilon_0\frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}.$$
Se $\frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}=3\,e^{-t}\cos(t/2)$ il candidato determini le dimensioni delle costanti presenti nella espressione e calcoli come varia il flusso del campo elettrico nel tempo, supponendo che esso sia nullo per t=0. Enunci e dimostri il teorema che permette di asserire l'esistenza di una soluzione al problema.
3. Il candidato calcoli il limite per t $\rightarrow+\infty$ del flusso calcolato al numero precedente.
4. Il candidato illustri con qualche esempio come con il calcolo di limiti si possano trovare gli asintoti al grafico di una funzione

Prototipo 8

1. Il candidato tratti in maniera particolareggiata la quantità di moto e l'energia relativistica.
2. Il candidato dimostri come l'energia cinetica relativistica abbia la seguente formulazione: $mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}-1\right)$
3. Usando un limite notevole, il candidato mostri come per $v<<c$ (cioè per *v/c->0)* $\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}-1\sim\frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2$ e se ne serva per fare vedere che per velocità assai lontane da quelle della luce l'energia cinetica relativistica e quella classica praticamente coincidono.
4. Il candidato tratti altri due casi di limiti notevoli, facendo vedere come essi possano essere usati per il calcolo delle derivate di funzioni goniometriche e esponenziali
5. Il candidato illustri il significato geometrico della derivata.
6. Posto $v/c = x$, il candidato calcoli il volume racchiuso dalla superficie di rotazione ottenuto facendo ruotare il grafico della funzione $f(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ con $0\leq x\leq\frac{1}{2}$