

ESAMI DI MATURITA' SCIENTIFICA SPERIMENTALE
(Corsi che hanno seguito il Progetto "Brocca" ad Indirizzo Scientifico- Tecnologico)
Argomenti di matematica

1) La formula $e^{i\pi} + 1 = 0$ è generalmente ritenuta tra le più belle che si incontrano in matematica e lega tra di loro quelli che da taluno sono stati definiti i cinque personaggi fondamentali della matematica: 0, 1, e, i, π . Il candidato

a) illustri sinteticamente il significato di e, i, π evidenziandone anche qualche aspetto più rilevante sotto il profilo storico;

b) illustri un algoritmo di calcolo per π e lo codifichi in un linguaggio di programmazione conosciuto;

c) spieghi significato e importanza della legge di Gauss:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

dove μ è il valor medio e σ lo scarto quadratico medio, ponendola altresì a confronto con le altre leggi di distribuzione.

2) Il candidato rappresenti graficamente la curva d'equazione:

$$x^2y = a^2(a - y) \quad (1)$$

essendo a una costante positiva. La curva assegnata figura nelle *Istituzioni Analitiche ad uso della gioventù italiana* (1748) di Maria Gaetana Agnesi (1718-1799) - donde il nome di versiera di Agnesi - come soluzione del seguente problema:

“Dato il semicircolo ADC del diametro AC, si ricerca fuori di esso il punto M tale che condotta MB normale al diametro AC, che taglierà il circolo in D, sia $AB:BD=AC:BM$ e perché infiniti sono i punti M, che soddisfanno al problema, se ne dimanda il luogo.”

Il candidato

a) verifichi che, con una opportuna scelta del sistema di riferimento cartesiano, la (1) è l'equazione del luogo geometrico richiesto nell'enunciato del problema [si ponga $AC=a$, $B \in AC$];

b) dette P_1 e P_2 , rispettivamente, le intersezioni con l'asse x delle tangenti alla curva nei punti di flesso F_1 e F_2 , calcoli l'area della regione di piano delimitata dall'arco di curva di estremi F_1 e F_2 e dai segmenti P_1F_1 , P_2F_2 e P_1P_2 ;

c) verifichi che l'area compresa fra la curva e l'asse delle x è quattro volte quella del cerchio di diametro AC;

d) enunci i metodi numerici, che conosce, per approssimare un integrale definito illustrando altresì come si può migliorare generalmente un'approssimazione per ottenere una maggiore precisione.