

Proposta di Luigi TADDEO

Esame di Stato – Indirizzo di Liceo Scientifico

TEMA: Derivate ed integrali: Applicazioni. Traccia semilibera

PRIMA PARTE

Sia $y = f(x)$ una funzione derivabile nell'insieme R dei numeri reali e tale che $f(0) > 0$ e $f(1) = 0$, scelta a piacere.

1) Dopo aver enunciato il teorema di Weierstrass, si indichino un insieme in cui f ammette sia minimo che massimo assoluti ed un insieme in cui la funzione non ammette il massimo assoluto, ma ammette il minimo assoluto.

2) Dopo aver dato la definizione di primitiva di una funzione determinare la funzione $y = g(x)$ primitiva di $y = f(x)$, con $g(x_0) = 1$, essendo x_0 un punto scelto a piacere.

3) Dopo aver illustrare il significato geometrico della derivata, calcolare l'equazione della retta tangente al grafico di $y = F(x)$, essendo $F(x) = \int_1^x f(t)dt$ nel suo punto $x_0 = 1$.

4) Dopo aver enunciato il teorema di De L'Hopital

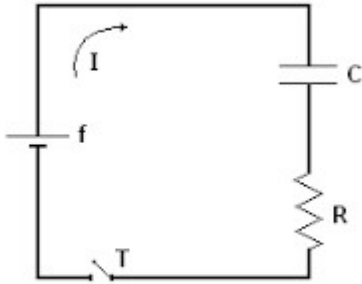
calcolare $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x)}{f(x)}$

SECONDA PARTE

Posto $y = i$ e $x = t$, con $t \geq 0$, interpretare la funzione $i = f(t)$ come la corrente che circola su una spira circolare di raggio $r = 2 \text{ dm}$, posta nel vuoto. La corrente è misurata in Ampere e il tempo in secondi.

- 1) Determinare la funzione $B = B(t)$ che rappresenta, al variare del tempo, l'intensità del campo magnetico, misurata in Tesla, generato dalla corrente nel centro della spira.
- 2) Determinare il valore medio della funzione $B = B(t)$ nell'intervallo di tempo $[0; 1]$;

- 3) Un generatore di corrente è collegato ad un circuito resistivo-capacito (circuito RC), come in figura.



La resistenza $R = 10 \Omega$ e la capacità $C = 2 \mu F$.

Sapendo che $I_0 = f(0)$ è la corrente erogata dal generatore all'istante iniziale e che la carica presente sul condensatore in tale istante è zero, scrivere la funzione $Q = Q(t)$ che rappresenta la carica presente sul condensatore al variare del tempo.

TERZA PARTE

- a) Il teorema di Weierstrass gioca un ruolo fondamentale nella ricerca dei punti di minimo e massimo di una funzione. Questo teorema, tuttavia, ci dà una condizione solo sufficiente ad assicurarci l'esistenza di questi punti. Motivare quest'affermazione esibendo esempi in cui, pur non verificandosi le ipotesi del teorema, la funzione, in un insieme, presenti punti di minimo e punti di massimo.
- b) Le equazioni di Maxwell rappresentano un quadro riassuntivo e completo delle leggi sul campo elettromagnetico, ma, se da un lato chiudono un settore della Fisica, allo stesso tempo rappresentano il punto di partenze di nuove e fondamentali scoperte scientifiche. Motiva quest'affermazione.