

LICEO SCIENTIFICO STATALE "E. FERMI" di AVERSA

ELABORATI di MATEMATICA E FISICA

ELABORATO 1.

Einstein: "Il pensiero più felice della mia vita"

1. "Stavo seduto in poltrona all'Ufficio brevetti a Berna quando all'improvviso mi ritrovai a pensare: "Se una persona cade liberamente, non avverte il proprio peso". Rimasi stupefatto. Questo pensiero, così semplice, mi colpì profondamente, e ne venni sospinto verso una nuova teoria della gravitazione." E ancora:

"Fu allora che ebbi il pensiero più felice della mia vita, nella forma seguente. Il campo gravitazionale ha solo un'esistenza relativa ... Infatti, per un osservatore che cada dal tetto di una casa, non esiste - almeno nelle immediate vicinanze - alcun campo gravitazionale. In effetti se l'osservatore lascia cadere dei corpi, questi permangono in uno stato di quiete o di moto uniforme rispetto a lui."(A. EINSTEIN)

2. Illustra perché la relatività ristretta non è in grado di descrivere i fenomeni gravitazionali, enuncia il principio di equivalenza e il principio di relatività generale. Descrivi qualche verifica sperimentale della relatività generale.

3. Illustra lo spazio-tempo curvo e le geometrie non euclidee, soffermandoti su un modello di spazio curvo a geometria sferica. Definisci le geodetiche e la curvatura Gaussiana con il concetto di limite e dimostra che il piano euclideo ha curvatura gaussiana nulla.

ELABORATO 2.

MASSA-ENERGIA: DUE FACCE DI UNA STESSA MEDAGLIA

1. Nella meccanica newtoniana, l'energia cinetica di un corpo, cioè l'energia che deve essere spesa per vincere la resistenza al moto della massa inerziale di un corpo, è data dall'equazione $E = \frac{1}{2}mv^2$. Nella relazione tra energia e massa definita da questa equazione non vi è un limite prestabilito alla velocità che un corpo può raggiungere: purché venga impiegata un'adeguata quantità di energia, si potrebbe raggiungere teoricamente qualsiasi velocità. Nella relatività speciale una simile relazione, ovviamente, non può essere valida o, almeno, non sempre. Resta valida (per approssimazione) solo finché la velocità è significativamente minore della velocità della luce nel vuoto. Quando ci si avvicina, invece, a questo limite, aumentare la forza esercitata su un corpo non produce più un proporzionale aumento della velocità. L'energia aggiunta a un sistema non può però scomparire nel nulla. Dunque non c'è alternativa: se le parti in gioco sono energia, massa e velocità, e se la velocità non può crescere indefinitamente, allora l'energia che non viene impiegata per incrementare la velocità deve trasformarsi in massa.

2. Si spieghi come si modificano i concetti di massa ed energia nella teoria della relatività ristretta e si ricavi la relazione tra l'energia totale e la quantità di moto. Si dimostri la relazione $E = m \cdot c^2$

3. Si utilizzino gli strumenti matematici rilevanti per esprimere l'energia cinetica in funzione di v^2 e si confrontino i due grafici dell'energia cinetica nel classico e relativistico su uno stesso sistema di assi cartesiani.

Si illustri il procedimento per tracciare il grafico di una funzione e si deduca come dal grafico di f si possa ricavare quello della derivata prima.

ELABORATO 3.

Il tempo, tra ordine e illusione, nell'evoluzione del pensiero scientifico

Nec per se quemquam tempus sentire fatendumst semotum ab rerum motu [..]Lucrezio, *De rerum natura*. Il tempo è il movimento delle cose per gli antichi, il tempo è assoluto e scorre indipendentemente dal moto dei corpi secondo Newton. Cento anni fa Einstein dimostrò che il tempo è locale, ogni oggetto nell'Universo ha il proprio tempo. Oggi sappiamo che i processi elementari non possono essere ordinati in una comune successione di istanti. Alla piccolissima scala, la danza della natura non ha un unico ritmo, ogni processo danza indipendentemente con i vicini, seguendo un ritmo proprio. Si approfondisca la tematica del tempo evidenziandone i nodi concettuali nell'evoluzione del pensiero scientifico. Si mostri come l'analisi matematica sia un modello esplicativo della realtà che mostra evidenti limiti alle piccolissime scale.

ELABORATO 4.

La perfetta sintesi matematica nelle equazioni di Maxwell

Nel 1873 Maxwell pubblica la sua opera fondamentale il *Treatise on electricity and magnetism* che regolano il comportamento dei campi elettrico e magnetico, in cui prevedeva l'esistenza di un fenomeno allora sconosciuto: le onde elettromagnetiche. Si spieghi attraverso l'analisi delle equazioni il meccanismo di produzione dell'onda e le sue caratteristiche. Ad ogni onda è associata un'energia, una quantità di moto ed una pressione di radiazione, si esponga i risultati ottenuti in quest'ambito. In particolare si mostri come la pressione di radiazione del sole non percepibile su oggetti macroscopici possa avere effetti non trascurabili su piccole particelle. Le equazioni di Maxwell sono espresse in forma sintetica con integrali di linea e di superficie, si definisca l'integrale definito, il suo significato geometrico e si spieghi perché il teorema fondamentale del calcolo integrale ha rappresentato una svolta per il calcolo di aree e volumi.

ELABORATO 5.

Le prove della relatività generale

La relatività generale è [...] *la coreografia della danza cosmica che vede quali protagonisti spazio, tempo, materia ed energia.* (Brian Greene) si commenti questa espressione alla luce delle numerose prove che la confermano ancora oggi. L'orizzonte degli eventi di un buco nero è considerato un limite invalicabile, oltre il quale la materia scompare. Si colleghi tale tematica alla discontinuità di una funzione in un punto, evidenziandone gli aspetti teorici ed, ove possibile, riportando esempi di applicazioni pratiche o problemi di realtà.

ELABORATO 6.

IL DECADIMENTO DEL MUONE

1. Nel modello standard il muone μ è una particella fondamentale con carica elettrica negativa e spin $\frac{1}{2}$. Fa parte dei leptoni, insieme all'elettrone, al tauone e ai neutrini. Le interazioni di muone ed elettrone sono molto simili; ciò porta a pensare il muone come un elettrone pesante. Tuttavia sono più penetranti a causa del valore della loro massa a riposo che è circa 207 volte maggiore di quella dell'elettrone ($105,7 \text{ MeV}/c^2$). Non sono particelle stabili, bensì decadono debolmente. La vita media del μ libero è: $\tau = 2.197 \mu\text{s}$

Nonostante ciò, raggiungono effettivamente il suolo un gran numero di muoni.
2. La dilatazione relativistica del tempo consente ai muoni di percorrere uno spazio circa 10 volte maggiore di quello che ci aspettiamo dalla fisica classica. Spiega, quindi, i fenomeni della dilatazione dei tempi e della contrazione delle lunghezze nella relatività ristretta e ricava le leggi che li governano. Dettagliane le caratteristiche e illustra come sia possibile comprendere perché gli effetti relativistici di contrazione delle lunghezze e di dilatazione degli intervalli temporali non siano apprezzabili nella meccanica classica, mentre non sono più trascurabili a velocità confrontabili con quelle della luce (regime relativistico).
3. Il muone ha in ogni istante una probabilità $\Delta t/\tau$ di decadere, nell'intervallo di tempo Δt successivo, in un elettrone e due neutrini, dove τ è la sua vita media ($\sim 2.2 \mu\text{s}$). La probabilità che non decada (sopravviva) al tempo $t=\Delta t$ è: $(1-\Delta t/\tau)$. Che sopravviva al tempo $t=2\Delta t$: $(1-\Delta t/\tau)^2$; $t=3\Delta t$ $(1-\Delta t/\tau)^3$ etc. etc... In generale per $t=N\Delta t$: $p(t)=(1-t/N\tau)^N$. Dopo aver dimostrato che per N che tende all'infinito, tale espressione coincide con $e^{-t/\tau}$, classifica tale distribuzione di probabilità, soffermandoti sulle distribuzioni discrete e ricava i valori caratterizzanti una variabile casuale con il relativo significato.