

Il candidato sviluppi, a scelta, uno dei due percorsi tratti dagli argomenti delle materie di indirizzo per realizzare il proprio elaborato.

TRACCIA A – Elaborato di MATEMATICA e FISICA a.s. 2019-2020 Classe V Sez. ____

Alunno: NOME _____ COGNOME _____



Analisi matematica per lo studio di campi magnetici in grado di generare correnti elettriche.

Michael Faraday proveniva da una famiglia molto povera ma è diventato uno dei più grandi scienziati della storia. Il suo successo è stato notevole in un tempo in cui la scienza era appannaggio dei nati in famiglie privilegiate.

La forza del legame individuato tra elettricità e magnetismo deriva dalla capacità di descrivere e predire il comportamento di fenomeni stazionari e non, che evolvono nel tempo e mediante i quali molte applicazioni tecnologiche dei giorni nostri sono possibili.

Useremo l'analisi matematica per modellare i nostri fenomeni fisici di interesse; cioè ci avvarremo di una branca della disciplina matematica (nata nella seconda metà del Seicento e sviluppatasi poderosamente nel Settecento) per studiare quantità che cambiano, nello spazio o nel tempo. Il termine *funzione* compare per la prima volta con Leibniz, ma è con Isaac Newton che emerge, sulla base di motivazioni fisiche, lo stretto legame tra il concetto di funzione e quello di cambiamento. Per Newton il movimento dei corpi è al centro della ricerca, come si può evincere da quanto scrive lui stesso:

Io considero le curve non come costituite da parti molto piccole, ma come descritte da un moto continuo. Le linee sono descritte, e quindi generate, non dalla giustapposizione delle loro parti, ma dal moto continuo dei punti. Questa genesi ha effettivamente luogo in natura e può essere vista quotidianamente nel moto dei corpi.

Per Newton, quindi, una funzione è “una quantità che cambia nel tempo”. La derivata della funzione, in questa interpretazione, esprime allora la velocità con cui questa quantità cambia.



Ritratto di Isaac Newton (1642-1726)

Titolo - L'analisi matematica nello studio di campi magnetici in grado di generare correnti elettriche

Nel circuito disegnato in figura 1 solo la zona semicircolare di raggio $r = 9[\text{cm}]$ è interessata dalla presenza di un campo magnetico uniforme $B = B(t)$ (con valore iniziale $B_0 = \text{costante}$ ed uniforme in $t=0[\text{s}]$) e comunque variabile nel tempo per istanti successivi a quello iniziale. La direzione del campo magnetico è ortogonale al circuito nel verso che va dal foglio all'osservatore della figura 1. Una batteria con tensione nominale di 1.5V è collegata al circuito, che a sua volta possiede una resistenza di $1 [\Omega]$.

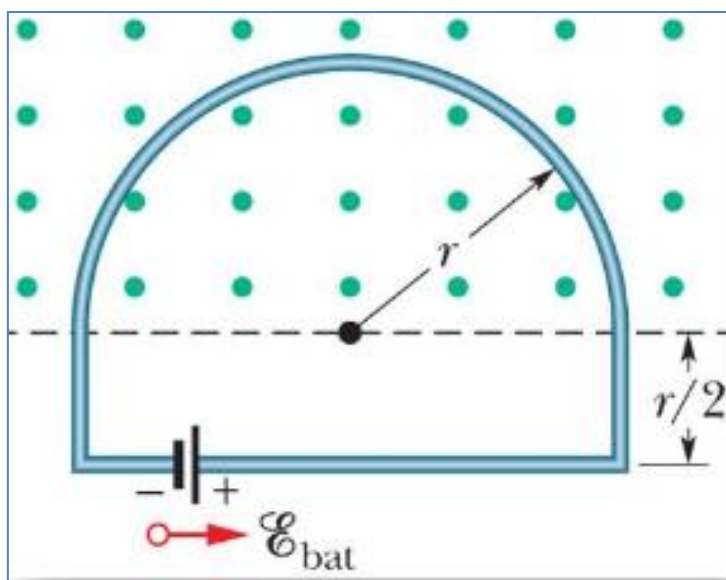


Figura 1

Nelle ipotesi che l'intensità di $|B|$, espressa in tesla $[\text{T}]$, vari secondo la legge

$$|B(t)| = \frac{a}{1+e^{b-t}} \quad \text{con } a>0, b>0 \text{ e } t \geq 0 \text{ in } \mathbb{R}^+ \quad (\text{I})$$

ovvero a e b sono costanti positive e t è il tempo trascorso dall'istante iniziale, espresso in secondi $[\text{s}]$.

I QUESITI PROPOSTI

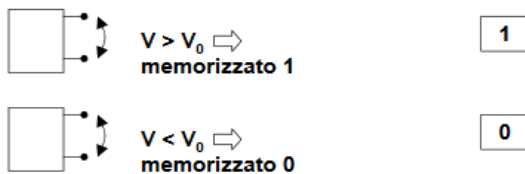
1. Determinare la dimensione fisica dei parametri a e b diversi da 0, sapendo che il campo magnetico si misura in [T], come già anticipato.
2. Determinare il valore reale dei parametri a e b diversi da 0 nella condizione che la funzione $B = B(t)$ presenti un flesso nel punto $(t, B(t)) = (2,2)$ e che la tangente alla funzione $B = B(t)$ nel suo punto di flesso abbia coefficiente angolare pari a quello della bisettrice del primo e terzo quadrante. **Si consiglia agli studenti, ove lo ritenessero necessario, di utilizzare un piano cartesiano $\{O;x;y\}$ per rappresentare la funzione $B(t) = f(x)$ per non ingenerare una notazione che potrebbe fare confondere nello svolgimento dei calcoli analitici*
3. Una volta che si sia dimostrato che $a=4$ e $b=2$ nella (I) sostituire ai parametri i valori trovati; a questo punto effettuare lo studio completo della funzione e tracciarne il grafico nel piano cartesiano (definito nel punto 2). Calcolare infine la f.e.m. indotta nell'istante $t=2$ [s] ed il valore della corrente dopo la chiusura dell'interruttore; infine schematizzare o disegnare o proporre un modello esplicativo mediante una figura o una rappresentazione grafica del verso delle correnti nel circuito di figura 1 e dei campi magnetici (incluse le loro direzioni) $B(t)$ e B_{indotto} per la variazione di flusso all'istante $t = 2$ [s].
4. Trovare infine il volume della superficie ottenuta per rotazione intorno all'asse delle ascisse del piano $\{O;x;y\}$ (suggerito al punto 2 per lo studio della funzione analitica rappresentativa del campo magnetico) dalla retta passante per il flesso di $B(t)$ ed il punto $P(1;0)$. Come si definisce in maniera rigorosa il solido di rotazione di cui hai valutato il volume?
5. Esporre brevemente (max 10 righe ciascuno) un argomento di fisica e due di matematica a tua scelta tra gli argomenti incontrati nell'elaborato. Nota: si intenda per argomento un teorema, un principio, una regola, un metodo di calcolo, una legge fisica tra quelle studiate nel programma di quinto anno secondo i Programmi presentati dai docenti delle discipline di indirizzo per la classe V nell'anno scolastico 2019-2020.

Alunno: NOME _____ COGNOME _____

La memorizzazione dei dati e delle istruzioni

La più piccola unità di informazione memorizzabile (e quindi utilizzabile) è il **bit**, che può assumere valore 0 o 1.

Il dispositivo utilizzato per memorizzare un bit è un **elemento bistabile**, cioè un dispositivo elettronico che può assumere uno tra due stati stabili (es. due livelli differenti di tensione), ognuno dei quali viene fatto corrispondere a 0 o a 1 (**cella di memoria**).



La trasmissione dei dati al giorno d'oggi: da analogico a digitale.

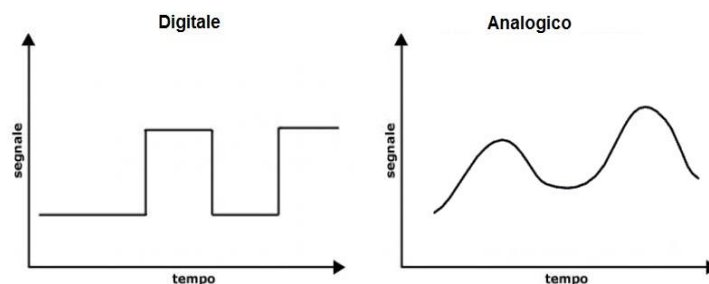
Il bit è la più piccola unità di informazione e designa uno dei due stati che codificano le informazioni all'interno dei computer: la presenza oppure l'assenza di un segnale elettrico. Il funzionamento dei circuiti elettrici di tutti i calcolatori moderni è basato su questi due stati elementari [0,1]; assunti dalla unità di informazione memorizzabile in un calcolatore. Ovviamente, la rappresentazione di informazioni più complesse richiede l'uso di un

insieme di bit. La concettualizzazione di un'unità di misura delle informazioni è stata introdotta da Claude Shannon nel 1948. Lavorando nei laboratori Bell Labs negli anni '40, ha pubblicato un documento in due parti sul Bell Systems Technical Journal, luglio e ottobre 1948, intitolato "A Mathematical Theory of Communication". Questi concetti hanno fondato la teoria dell'informazione che si è concentrata sulla quantificazione, la memorizzazione e le applicazioni nella tecnologia per la comunicazione di informazioni o dati (dette anche TIC). Prendendo in prestito il termine "bit", da John Tukey, il suo collega di lavoro ai Bell Labs che ha contratto il termine cifra binaria, Shannon ha descritto



l'uso di bit per rappresentare 2 stati possibili, ponendo così le basi della teoria dell'informazione. Nella versione digitale del segnale per l'onda elettromagnetica di partenza abbiamo una prima conversione in segnale elettrico nell'apparecchio ricevitore, ma immediatamente dopo una volta digitalizzato esso è convertito in numeri interi rappresentativi della sua ampiezza. Ora ci basta trasmetterli al destinatario, il quale per utilizzarli non dovrà fare altro che ritrasformare ogni numero in un segnale elettrico proporzionale al suo valore, e quindi inviarlo ad un trasmettitore. Nella linea di trasmissione per un circuito integrato digitale abbiamo la presenza

di un'induttanza distribuita lungo la pista; per tanto detto un segnale si propaga in una linea trasferendo energia alla componente induttiva.



Titolo -La trasmissione dei dati al giorno d'oggi: da analogico a digitale.

In figura 2 abbiamo un circuito RLC in caso di *smorzamento critico* (nel circuito sono presenti un induttanza dal valore $L=2,0H$ ed una batteria $\mathcal{E}=3V$), la corrente che circola al variare del tempo t misurato in secondi, con $t \geq 0$ s è rappresentata dalla legge

$$i(t) = (2t + b)e^{a-t} \quad (\mathbf{I})$$

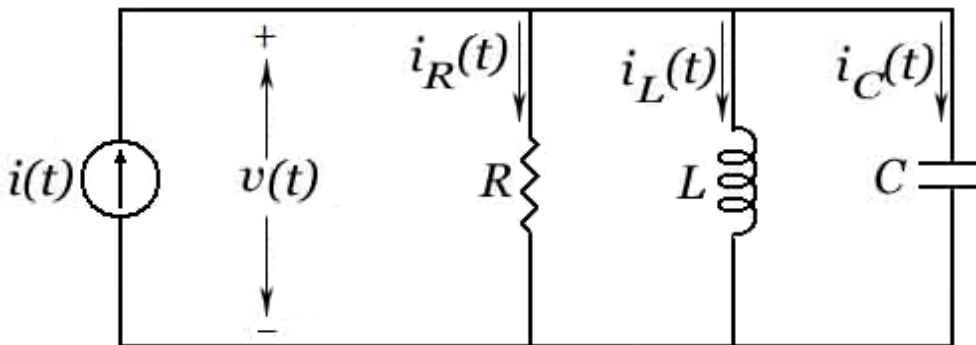


Figura 1 – Circuito RLC in condizioni di smorzamento critico

Successivamente al circuito viene eliminato il condensatore (vedi figura 2 per il circuito collegato alla batteria e vedi figura 3 per il circuito senza batteria).

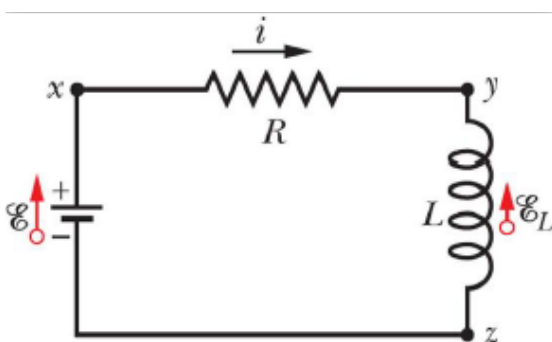


Figura 2- Circuito RL acceso

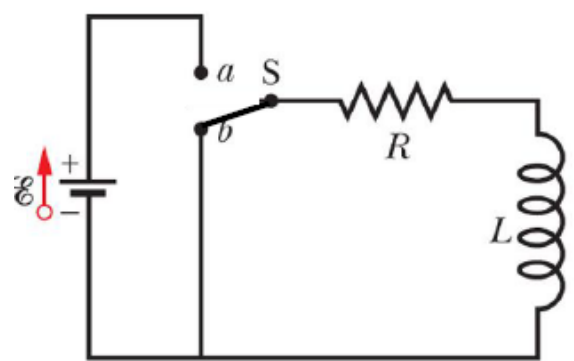


Figura 3 – Circuito RL spento

I QUESITI PROPOSTI

1. Determinare la dimensione fisica dei parametri a e b diversi da 0, sapendo che la corrente si misura in [A], nel caso di figura 2.
2. Determinare il valore dei parametri a e b , diversi da 0, sapendo che la funzione (I) all'istante $t=0.5$ [s] presenta un massimo assoluto e che per $t=1.5$ [s] abbia un punto di flesso con valore della corrente pari in modulo a $4\sqrt{e}$ [A].
3. Sostituire nella (I) ai parametri i valori trovati $a=2$ e $b=1$, effettuare lo studio completo della funzione e tracciarne il grafico nel piano cartesiano. Studia in un piano cartesiano $\{O;t;i\}$ che per comodità lo puoi anche indicare con $\{O;x;y\}$. Infine calcolare l'area della parte di piano delimitata dalla funzione (I) con i parametri corretti e dalle rette $x=0$ $x=2$ e l'asse delle ascisse.
4. Nel caso di figura 3 e figura 4 considerate la nuova equazione (II) della corrente per il circuito senza il condensatore; vale a dirsi con

$$i(t) = k(1 - e^{-t}) \quad \text{(II)}$$

l'equazione (II) è caratteristica di un circuito fisico di tipo RL. Determinare il valore della costante k , della resistenza R e del tempo caratteristico τ del circuito RL. Infine determinare l'evoluzione del circuito considerando con le condizioni che la corrente in (II) parta da $i(0)=0$ in $0 \leq t \leq 5$; poi sia costante per $5 \leq t \leq 7$ ed infine, una volta spento il circuito come in figura 4 per $0 \leq t \leq 15$; disegnando se possibile l'andamento grafico di $i(t)$ e spiegando l'effetto di L sulla corrente circolante nel circuito acceso e spento.

5. Esponi brevemente (max 10 righe ciascuno) un argomento di fisica e due di matematica a tua scelta tra gli argomenti incontrati nell'elaborato. Nota: si intenda per argomento un teorema, un principio, una regola, un metodo di calcolo, una legge fisica tra quelle studiate nel programma di quinto anno secondo i Programmi presentati dai docenti delle discipline di indirizzo per la classe V nell'anno scolastico 2019-2020.