

TRACCIA 1

Metodi probabilistici per la medicina

Il candidato, dopo aver tracciato una breve panoramica dello sviluppo storico del calcolo delle probabilità e delle diverse definizioni di probabilità, ne presenti una o più applicazioni nel contesto medico. Analizzi poi i seguenti punti:

1. La distribuzione gaussiana nell'elaborazione statistica dei dati in ambito medico.
2. Il candidato risolva il seguente problema, argomentando in modo completo i passaggi

La concentrazione di alcol nel sangue, misurata in g/L, è modellizzata in funzione del tempo t , espresso in ore, dalla funzione $f(t) = 2te^{-t}$, definita per $t \in [0; +\infty)$.

- a. Dopo quanto tempo, dall'assunzione di due bicchierini di rum, la concentrazione di alcol nel sangue è massima? Qual è il suo valore massimo?
- b. Calcola $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$ e interpreta il risultato.
- c. Studia la funzione e rappresentala graficamente.

Due ragazzi, all'uscita da una discoteca, vengono fermati da una pattuglia della polizia stradale. Luca, che è alla guida, non ha bevuto, mentre il suo amico Giovanni ha bevuto due bicchierini di rum. L'alcol test ha esito positivo per il 4% delle persone controllate. L'esperienza ha mostrato che, con questa prova, il 98% delle persone positive era effettivamente in stato di ebbrezza e che il 98% di quelle con esito negativo non lo era.

- d. Qual è la probabilità che Luca risulti positivo all'alcol test, sapendo che non ha bevuto?
 - e. Qual è la probabilità che Giovanni risulti negativo all'alcol test, sapendo che ha bevuto?
3. Probabilità ed esperimento della doppia fenditura.
 4. A conclusione dell'elaborato, si presenti una mappa concettuale che riporti, senza svilupparli, possibili collegamenti di carattere interdisciplinare con il tema proposto.

Nella risoluzione del problema è ammesso l'uso della calcolatrice grafica, o di emulatore di calcolatrice grafica, purché i passaggi siano giustificati e argomentati in modo esauriente

TRACCIA 2

Un'applicazione dei campi magnetici in ambito sanitario: la Stimolazione Magnetica Transcranica

Il candidato introduca e analizzi le principali caratteristiche della Stimolazione Magnetica Transcranica mettendo in evidenza i principi fisici sui quali si basa; approfondisca quindi i seguenti punti:

1. La Legge di Faraday-Neumann-Lenz, la Legge di Ampère-Maxwell e l'induzione elettromagnetica.
2. Esposizione dettagliata di uno, a scelta, fra concetti e strumenti matematici coinvolti.
3. Il candidato risolva il seguente problema, argomentando in modo completo i passaggi

La funzione $i(t) = Ate^{Bt}$ rappresenta l'intensità di corrente che scorre in un induttore di induttanza $L = 1,0$ H al variare del tempo t , misurato in secondi, con $t \geq 0$ s.

- a. Determina i valori dei parametri A e B sapendo che la f.e.m. indotta è massima all'istante $t = 6$ s e che in tale istante vale $3e^{-2}$ V.
 - b. Determina le unità di misura di A e di B .
 - c. Studia la funzione $i(t) = Ate^{Bt}$ dove A e B sono i valori determinati al precedente punto a. Rappresenta graficamente la funzione.
4. A conclusione dell'elaborato, si presenti una mappa concettuale che riporti, senza svilupparli, possibili collegamenti di carattere interdisciplinare con il tema proposto.

Nella risoluzione del problema è ammesso l'uso della calcolatrice grafica, o di emulatore di calcolatrice grafica, purché i passaggi siano giustificati e argomentati in modo esauriente

TRACCIA 3

Dalla scoperta della radioattività alle sue applicazioni

Il candidato ripercorra i momenti fondamentali che hanno portato alla scoperta della radioattività, presenti i vari tipi di decadimento radioattivo e alcune loro applicazioni. Sviluppi quindi i seguenti punti:

1. Decadimenti e leggi di conservazione: la scoperta del neutrino.
2. Si ricavi, mediante gli strumenti del calcolo differenziale, la legge del decadimento radioattivo.
3. Il candidato risolva il seguente problema, argomentando in modo completo i passaggi

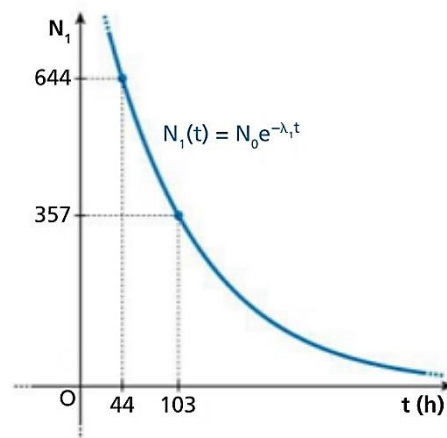
In medicina nucleare viene utilizzato un elemento radioattivo, il tecnezio, ottenuto dal decadimento del molibdeno. In un campione contenente molibdeno il numero di atomi di molibdeno radioattivo varia nel tempo secondo la legge

$$N_1(t) = N_0 e^{-\lambda_1 t} \quad \text{con } t > 0$$

- a. Ricava dal grafico il numero iniziale di atomi di molibdeno e la costante di decadimento λ_1 .
- b. Il tecnezio ottenuto decade a sua volta, per cui il numero di atomi di tecnezio utilizzabili segue nel tempo l'andamento della seguente funzione

$$N_2(t) = N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad \text{con } t > 0$$

Sapendo che $\lambda_2 = 0,1 \text{ h}^{-1}$, studia l'andamento di questa funzione e trova dopo quanto tempo si ha il massimo numero di atomi di tecnezio utilizzabili.



4. A conclusione dell'elaborato, si presenti una mappa concettuale che riporti, senza svilupparli, possibili collegamenti di carattere interdisciplinare con il tema proposto.

Nella risoluzione del problema è ammesso l'uso della calcolatrice grafica, o di emulatore di calcolatrice grafica, purché i passaggi siano giustificati e argomentati in modo esauriente.

TRACCIA 4

La struttura della materia dalla fine dell'Ottocento all'avvento delle nanotecnologie

Il candidato illustri i momenti fondamentali che, a partire dalla fine dell'Ottocento, hanno portato a definire la struttura della materia. Approfondisca quindi i seguenti punti:

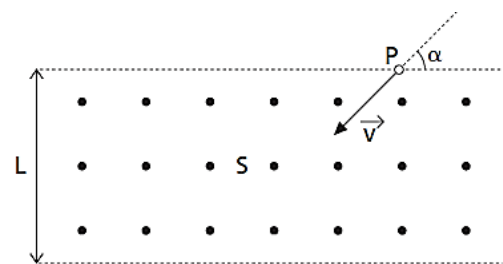
1. L'esperimento di Millikan: si descriva accuratamente l'esperimento originale e si valuti l'intensità della spinta di Archimede utilizzando i dati del seguente problema:

Sulle gocce d'olio usate nell'esperimento di Millikan agisce anche la spinta di Archimede. Le gocce hanno un raggio pari a $1,0 \cdot 10^{-6} \text{m}$. La densità dell'aria vale $\rho_{aria} = 1,2928 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, quella dell'olio vale $\rho_{olio} = 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Determina l'intensità della spinta di Archimede che agisce sulle gocce d'olio. È trascurabile, rispetto alle altre forze agenti sulla goccia d'olio?

2. Il candidato, dopo aver richiamato le ipotesi alla base del modello di Bohr, ricavi il raggio delle orbite permesse e l'energia del livello fondamentale dell'atomo di idrogeno.
3. Il candidato risolva il seguente problema, argomentando in modo completo i passaggi

Una particella con carica positiva q e massa m si muove in un piano con velocità \vec{v} . Nel punto P la particella entra in una regione S del piano costituita da una striscia di larghezza L e lunghezza indefinita, occupata da un campo magnetico uniforme di intensità B , perpendicolare al piano e diretto in verso uscente.

Sia α l'angolo di incidenza tra \vec{v} e il bordo della regione S, con $0 < \alpha < \pi$. Ricava in funzione di α il modulo $v(\alpha)$ dell'estremo inferiore delle velocità affinché la particella possa attraversare la regione S.



Studia la funzione $y = v(x)$ e rappresenta il suo andamento nell'intervallo $(0; \pi)$.

4. A conclusione dell'elaborato, si presenti una mappa concettuale che riporti, senza svilupparli, possibili collegamenti di carattere interdisciplinare con il tema proposto.

Nella risoluzione del problema è ammesso l'uso della calcolatrice grafica, o di emulatore di calcolatrice grafica, purché i passaggi siano giustificati e argomentati in modo esauriente.

TRACCIA 5

Corrente continua o corrente alternata? La guerra delle correnti

Il candidato introduca la famosa “*disputa delle correnti*”, inquadrandola storicamente e mettendone in evidenza gli aspetti scientifici. Analizzi quindi i seguenti punti:

1. Il funzionamento di un alternatore e la produzione di corrente alternata.
2. Concetti e strumenti matematici coinvolti nella descrizione analitica della corrente alternata.
3. Il candidato risolva, argomentando in modo completo i passaggi, il seguente problema:

Una spira quadrata di lato 50 cm è immersa in un campo magnetico uniforme che forma un angolo di 60° con la normale al piano della spira. Il modulo del campo magnetico, misurato in tesla, varia nel tempo seguendo la legge $B(t) = t \cdot e^{-t^2}$, con $t \geq 0$ misurato in secondi.

- d. Determina in quale istante il flusso del campo magnetico attraverso la superficie della spira assume il suo massimo valore e calcola il valore massimo.
 - e. Quanto vale la f.e.m. indotta nella spira nell'istante in cui il flusso assume il suo valore massimo? Giustifica la risposta.
4. A conclusione dell'elaborato, si presenti una mappa concettuale che riporti, senza svilupparli, possibili collegamenti di carattere interdisciplinare con il tema proposto.

Nella risoluzione del problema è ammesso l'uso della calcolatrice grafica, o di emulatore di calcolatrice grafica, purché i passaggi siano giustificati e argomentati in modo esauriente.

TRACCIA 6

Sguardi matematici sull'architettura del Novecento

Il candidato evidenzia i rapporti tra matematica e architettura del Novecento attraverso l'analisi delle opere di un artista a scelta. Si approfondiscano quindi i seguenti punti:

1. Analisi, dal punto di vista matematico, di una forma a scelta utilizzata in architettura.
2. Le vetrate in architettura e gli effetti che producono. Il candidato si soffermi sulla legge di Snell, interpretandola dal punto di vista quantistico.
3. Il candidato risolva il seguente problema, argomentando in modo completo i passaggi:

Il tuo comune ha commissionato allo studio di progettazione Urban2000 il recupero di un capannone in stile modernista per realizzarne una sala polivalente e uno spazio espositivo.

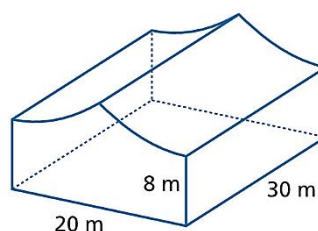
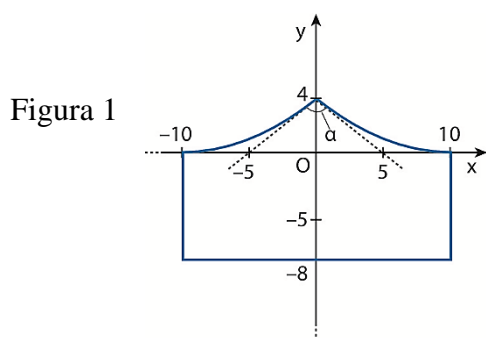


Figura 2

In figura 1 è rappresentata la forma della facciata; le dimensioni del capannone sono riportate, invece, in figura 2.

- a. Individua, motivando la risposta, quale tra le seguenti funzioni, definite nell'intervallo $[-10; 10]$, può descrivere il profilo del tetto in modo più preciso:

$$f_1(x) = 4 - \sqrt{\frac{8}{5}|x|} \qquad f_2(x) = \frac{1}{25}(|x| - 10)^2.$$

- b. Scrivi le equazioni delle due rette tangenti tratteggiate in figura 1 e valuta l'angolo α tra esse compreso. Determina, inoltre, il volume occupato dall'edificio.

Il progetto prevede che al primo piano del capannone sia allestita una sala polivalente e il recupero di cinque finestre per fornire luce alla sala. Ogni finestra ha la forma di un quadrato di lato 2 m sormontato da una zona il cui profilo superiore segue l'andamento della funzione

$$g(x) = |x|\sqrt{1-x^2}$$

- c. Disegna il grafico della funzione $g(x)$ e studia i punti di non derivabilità.
4. A conclusione dell'elaborato, si presenti una mappa concettuale che riporti, senza svilupparli, possibili collegamenti di carattere interdisciplinare con il tema proposto.

Nella risoluzione del problema è ammesso l'uso della calcolatrice grafica, o di emulatore di calcolatrice grafica, purché i passaggi siano giustificati e argomentati in modo esauriente