

4. La realizzazione delle presentazioni “esercitazioni” e la correzione degli esercizi

Gli esercizi di applicazione delle regole di calcolo e dei teoremi affrontati sono stati proposti a conclusione delle relative presentazioni o in slide/file word dedicati ed hanno coperto molte ore di videolezione. In entrambi i casi la somministrazione è avvenuta per stimolo: dato il testo di un esercizio, i diversi passaggi fino alla risoluzione sono stati mostrati in successione, lasciando tra l'uno e l'altro agli studenti un tempo congruo per l'elaborazione, riflessione, eventuale ricerca di “espedienti”. In tale contesto mi sono ritrovata a modificare o integrare una slide in tempo reale in diverse occasioni: quando uno studente rilevava un mio errore, oppure a fronte di proposte di risoluzione diverse da quella prevista nella slide. Se, ad esempio, uno studente suggeriva di risolvere un integrale utilizzando una determinata tecnica di scomposizione o scegliendo in un certo modo $f(x)$ e $g'(x)$ nel metodo per parti, sviluppavo il percorso come da lui indicato direttamente sulla slide (tramite MathType); nel caso di conclusione con successo aggiornavo la slide, se invece i passaggi non portavano a soluzione o, come spesso accade, rendevano più “complicato” il calcolo, suggerivo eventuali manovre di backtraking e non salvavo le modifiche.

La consuetudine all'impiego massiccio di Word, Power Point e MathType e la conseguente velocità d'uso mi hanno consentito questo tipo di interazione diretta con la classe senza appesantimenti onerosi del tempo di lavoro.

A titolo di esempio nella figura 4.1 mostro la sequenza di costruzione e presentazione di una slide di esercizi sul metodo di integrazione per scomposizione e/o tramite funzione primitiva composta. Nel quarto integrale, $\int \frac{1}{\sin x \cos x} dx$, si vedono due metodi di risoluzione, il secondo dei quali suggerito da uno studente, pertanto inserito nella slide nel corso della lezione.

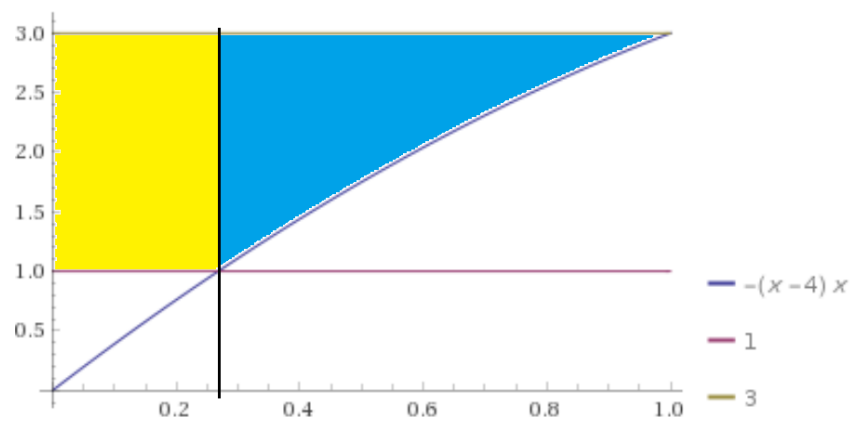
L'attività di esercitazione autonoma è stata svolta, come in situazione ordinaria, senza richiedere la consegna formale degli esercizi risolti e lasciando che fossero i ragazzi a chiedere la correzione di quanto assegnato. Nel complesso gli studenti hanno lavorato con serietà e impegno encomiabili: ho ricevuto ed esaudito richieste di supporto e indicazioni, spesso su WhatsApp, a qualsiasi ora, anche in giorni festivi. E l'ho fatto molto volentieri, perché tutte le richieste sono state garbate, non insistenti né invadenti.

La correzione passo passo degli esercizi è stata quindi svolta regolarmente in videolezione: richiesto un determinato quesito ne sviluppavo la risoluzione in tempo reale facendo ricorso a Word, MathType, Wolfram Alpha, Paint. La costruzione *insieme alla classe* della correzione ha avuto come effetto non trascurabile l'acquisizione per gli studenti di competenze digitali trasversali: in sostanza diversi di loro hanno cominciato a cimentarsi con gli applicativi e le risorse che io usavo e mostravo loro; qualcuno, a fine anno, ha consegnato le verifiche scritte in word con uso massiccio di Equation Editor, molti hanno imparato a utilizzare Wolfram Alpha per verificare l'esito dei calcoli e dei tracciati grafici.

Le pagine seguenti mostrano i file word relativi a tre esercizi sul calcolo di aree costruiti in videolezione e ovviamente condivisi con la classe; i grafici sono ottenuti tramite plottaggi multipli in Wolfram Alpha, girati su Paint tramite screenshot, riempiti di colore ed eventualmente commentati con caselle di testo in Paint; la parte algebrica è scritta interamente in MathType.

Esercizio 1: Calcola l'area della parte di piano delimitata dalla parabola $y = -x^2 + 4x$ e dalle rette di equazione $y = 1$, $y = 3$, nell'intervallo $[0,1]$.

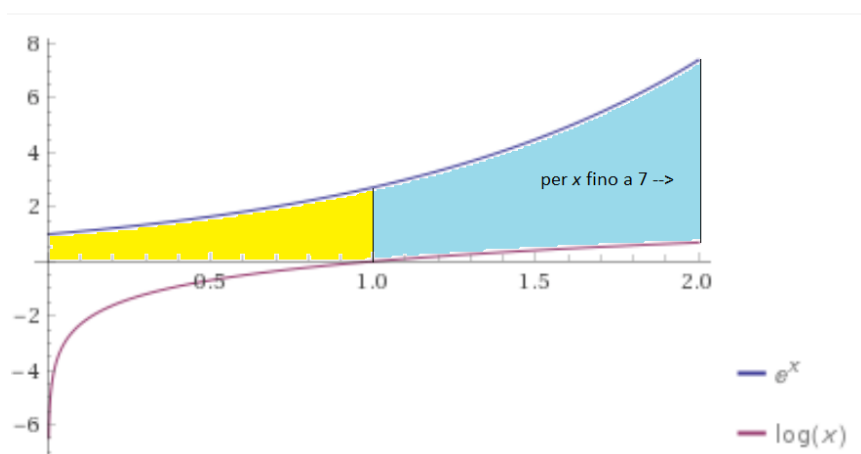
Risoluzione:



$$\begin{aligned}
 A &= 2(2 - \sqrt{3}) + \int_{2 - \sqrt{3}}^1 (3 + x^2 - 4x) dx = 4 - 2\sqrt{3} + \left[3x + \frac{x^3}{3} - 2x^2 \right]_{2 - \sqrt{3}}^1 \\
 &= 4 - 2\sqrt{3} + 3 + \frac{1}{3} - 2 - 3(2 - \sqrt{3}) - \frac{(2 - \sqrt{3})^3}{3} + 2(2 - \sqrt{3})^2 \\
 &= 4 - 2\sqrt{3} + 3 + \frac{1}{3} - 2 - 6 + 3\sqrt{3} - \frac{8}{3} + 4\sqrt{3} - 6 + \sqrt{3} + 8 + 6 - 8\sqrt{3} \\
 &= \frac{14}{3} - 2\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Esercizio 2: determina l'area della regione di piano delimitata dalle curve $y = e^x$, $y = \ln x$, dagli assi cartesiani e dalla retta $x = 7$.

Risoluzione:



$$A = \int_0^1 e^x dx + \int_1^7 (e^x - \ln x) dx = [e^x]_0^1 + [e^x]_1^7 - [x \ln x - x]_1^7$$

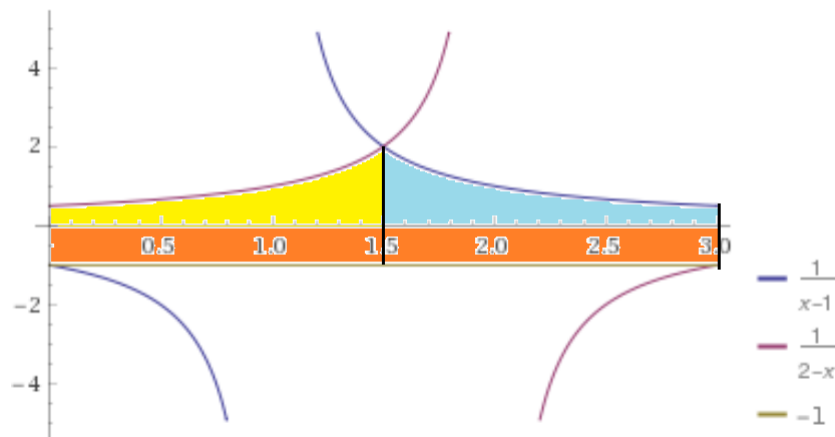
$$= [e^x]_0^7 - [x \ln x - x]_1^7 = e^7 - 1 - [7 \ln 7 - 7 + 1] = e^7 - 7 \ln 7 + 5$$

Ricordiamo che:

$$\int \ln x dx = x \ln x - \int \frac{x}{x} dx = x \ln x - x + k$$

Esercizio 3: Determina l'area della regione di piano delimitata dalle curve $y = \frac{1}{x-1}$, $y = \frac{1}{2-x}$ e $y = 1$ nell'intervallo $[0,3]$.

Risoluzione:



$$\frac{1}{x-1} = \frac{1}{2-x} \Rightarrow 2-x = x-1 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$A = 3 + \int_0^{\frac{3}{2}} \frac{1}{2-x} dx + \int_{\frac{3}{2}}^3 \frac{1}{x-1} dx = 3 - \left[\ln(2-x) \right]_0^{\frac{3}{2}} + \left[\ln(x-1) \right]_{\frac{3}{2}}^3 =$$

$$3 - \left[\ln \frac{1}{2} - \ln 2 \right] + \left[\ln 2 - \ln \frac{1}{2} \right] = 3 - 2 \ln \frac{1}{2} + 2 \ln 2 = 3 + 4 \ln 2$$