Adriana Lanza

PROPOSTA N. 2

Problema 1.

Sono dati, nello spazio tridimensionale, i punti A (3,1,0), B (3,-1,2), C (1,1,2). Dopo aver verificato che ABC è un triangolo equilatero e che è contenuto nel piano α di equazione $x+y+z-4=0$, stabilire quali sono i punti P tali che ABCP sia un tetraedro regolare

(Esame di Stato-Ordinaria 2018- Quesito 9)

Il problema richiede conoscenze di base relative alle proprietà dei poliedri regolari e del metodo delle coordinate in tre dimensioni.

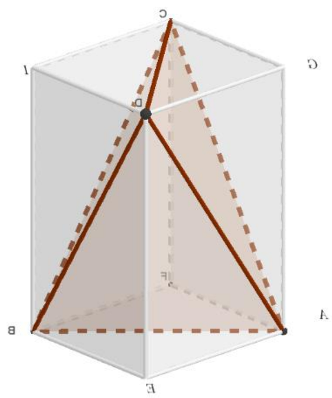
Una riflessione critica sulle strategie risolutive presenta però alcuni spunti per l'approfondimento o per la generalizzazione

1. Qual è il luogo geometrico dei punti (dello spazio) equidistanti dai vertici di un triangolo?
2. Se il triangolo ABC non fosse equilatero, si potrebbe determinare con metodo analogo, il quarto vertice di un tetraedro di base ABC e avente gli spigoli laterali tra loro congruenti?
3. Sempre con metodo analogo, come si potrebbe determinare un tetraedro avente le facce tutte congruenti tra loro, pur non essendo regolare (tetraedro equifacciale)?

Con riferimento al punto 2, approfondimenti sul tetraedro equifacciale:

Problema 2.

Si può costruire un tetraedro equifacciale a partire da un parallelepipedo rettangolo congiungendo opportunamente 4 dei suoi 8 vertici in modo che gli spigoli del tetraedro coincidano con le diagonali delle tre facce. Nella figura a lato si può considerare il punto D come vertice della piramide e il triangolo ABC come base.



Verificare che

- ***a)*** ***ciascuno degli spigoli laterali è congruente ad uno degli spigoli di base e che le quattro facce sono tra loro congruenti***
- ***b)*** ***la costruzione del tetraedro divide il parallelepipedo in 5 parti, di cui fanno parte 4 piramidi triangolari aventi per base , ciascuna, la metà di una faccia del parallelepipedo e per altezza la relativa altezza del parallelepipedo , per cui $V_t = \frac{1}{3}V_p$***
- ***c)*** ***vale la formula seguente che fornisce il volume del tetraedro equifacciale in funzione delle lunghezze dei suoi spigoli, a, b, c***

$$V_t = \sqrt{\frac{1}{72}(a^2+b^2-c^2)(a^2+c^2-b^2)(b^2+c^2-a^2)}$$

La formula fu trovata nel 1877, per altra via, dal filosofo Henri Bergson.