Adriana Lanza

Soluzione Proposta 2

Problema 1

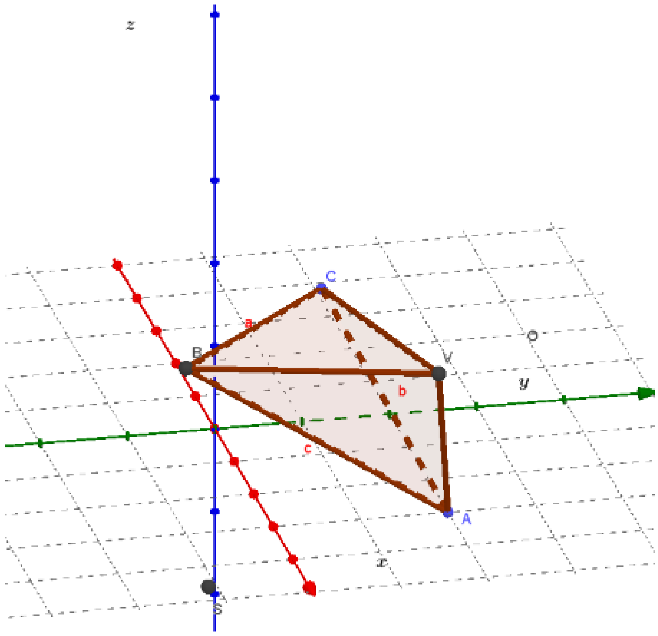
https://sezioned.files.wordpress.com/2020/11/quesito-9-ordinaria-2018.pdf

Domande

1. Il luogo geometrico dei punti dello spazio equidistanti dai tre vertici di un triangolo, è la retta p perpendicolare al piano del triangolo stesso e passante per il suo circocentro.
2. Se non è assegnata la lunghezza comune agli spigoli laterali, i dati non sono sufficienti per determinare il quarto vertice del tetraedro. Possiamo solo affermare che il quarto vertice appartiene alla retta p perpendicolare al piano del triangolo ABC e passante per il suo circocentro.

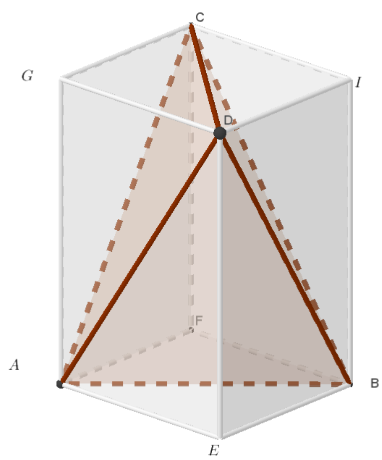
Invece possiamo affermare che, noti i tre punti A, B, C, Il quarto vertice del tetraedro equifacciale è punto di intersezione (se esiste) di tre sfere, ciascuna col centro in un vertice del triangolo e raggio uguale alla lunghezza del lato ad esso opposto. In figura è rappresentata una soluzione; l'altra soluzione è determinata dalla simmetria rispetto al piano di ABC.

Le quattro facce saranno congruenti per il terzo criterio di congruenza dei triangoli.



Soluzione problema 2

a) Gli spigoli laterali AD, BD, CD sono congruenti, rispettivamente a BC, AC e AB in quanto diagonali di facce opposte del parallelepipedo.
   Le 4 facce sono tra loro congruenti per il terzo criterio di congruenza dei triangoli
b) La costruzione del tetraedro divide il parallelepipedo in 5 parti, di cui, come è facile riconoscere, fanno parte 4 piramidi triangolari aventi, ciascuna, per base la metà di una faccia del parallelepipedo e per altezza la relativa altezza del parallelepipedo.
   Ad esempio, si possono considerare come basi i 4 triangoli ABE, ABF,CDG,CDI ;i rispettivi vertici saranno D, C,A,B.



Si hanno perciò 4 piramidi il cui volume complessivo è $\frac{4}{6}V_p = \frac{2}{3}V_p$

Il volume del tetraedro è, pertanto, V_t=$\frac{1}{3}V_p$

Verifica della formula di Bergson

Indicate rispettivamente con l, m, n le misure degli spigoli di base e l'altezza del parallelepipedo, il suo volume sarà V_p= $l \cdot m \cdot n$

Per gli spigoli del tetraedro possiamo scrivere

$a^2 = l^2 + n^2$ $\qquad$ $b^2 = m^2 + n^2$ $\qquad$ $c^2 = l^2 + m^2$

Risolvendo il sistema nelle variabili l^2, m^2, n^2 si trova $\begin{cases} l^2 = & \frac{a^2+c^2-b^2}{2} \\ m^2 = & \frac{b^2+c^2-a^2}{2} \\ n^2 = & \frac{a^2+b^2-c^2}{2} \end{cases}$

Pertanto, $\qquad V_t$=$\frac{1}{3}V_p = \sqrt{\frac{1}{72}(a^2 + b^2 - c^2)(a^2 + c^2 - b^2)(b^2 + c^2 - a^2)}$