Dagli appunti si legge:
"**Generalizzazione del concetto di funzione continua e di funzione derivabile:**
Indichiamo con G l'insieme delle funzioni g definite in un intorno I_g di 0, privato al più del punto 0 ed ivi infinitesime.

Def.(1): Sia $f: X \subseteq \Re \to \Re, x_0 \in X, g \in G$, diremo che f è g-continua in x_0 se e solo se $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{g(x - x_0)} \cdot (x - x_0) = 0$."

A questo punto bisogna fare un esempio di funzione che sia g-continua in x_0 e un'altra che non lo sia, cosa che avrebbe fatto la professoressa, se non fosse stata costretta ad uscire.

A) Prova a fare tu un esempio e un controesempio

Sempre dagli appunti:
"Def.(2): Sia $f: X \subseteq \Re \to \Re, x_0 \in X, g \in G$ diremo che f è g-derivabile in x_0 se e solo se esiste ed è finito il $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{g(x - x_0)}$. Tale limite lo indicheremo con $f_g'(x_0)$ e diremo che esso è la derivata di f rispetto a g in x_0."

Continuando a leggere: "Chiaramente queste definizioni costituiscono una generalizzazione dei concetti classici di continuità e di derivabilità, infatti per $g(x) = x$ si riducono ad essi".
E ancora: "Come nel caso classico se f è g-derivabile in x_0 allora f è g-continua in x_0, infatti", ma gli appunti finiscono così.

B) Prova a completare la parte mancante e cioè: a dimostrare che se f è g-derivabile in x_0 allora f è g-continua in x_0 e a trovare un esempio di funzione che sia g- continua ma non g-derivabile.

Cenno di soluzione:
A) Prima parte: Basta considerare: $f(x) = sen^2 x$, $g(x) = x$ e $x_0 = 0$. f è g-continua in 0 infatti $\lim_{x \to 0} \frac{sen^2 x}{x} x = 0$

Seconda parte**:** $f(x) = x$, $g(x) = x^2$, $x_0 = 1$**.** f non è g-continua in 1 infatti ……..

B) Se f è g-derivabile in x_0 allora $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{g(x - x_0)}$ esiste ed è finito, ne segue, come per il caso classico, che $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{g(x - x_0)} \cdot (x - x_0) = 0$ quindi f è continua in x_0**.**
Posto $f(x) = senx$, $g(x) = x\sqrt{|x|}$, $x_0 = 0$ avremo che f è g- continua ma non g-derivabile in $x_0 = 0$, infatti…..