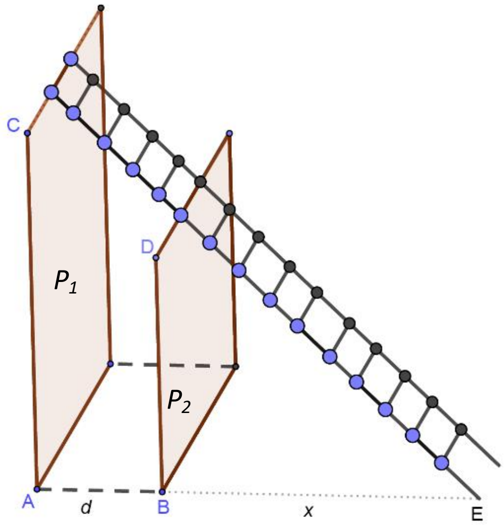
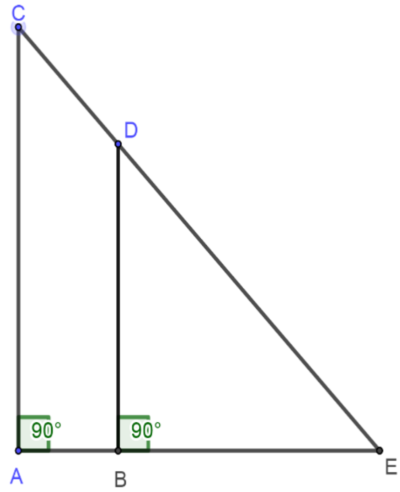
Quesito scala - Soluzione





Posto $\overline{CE} = l(x)$, $\overline{BE}$=x> 0, poiché $\overline{BD} = 8$, $\overline{AB} = 1$, $\overline{DE} = \sqrt{64+x^2}$, si ha :

$\overline{CE}$:$\overline{AE} = \overline{DE} : \overline{BE}$

$l(x): 1 + x = \sqrt{64+x^2}$:x

da cui

$$l(x) = \frac{1+x}{x}\sqrt{64+x^2} \qquad x \in I = (0;+\infty)$$

Si ha

$\lim_{x\to 0^+} \frac{1+x}{x}\sqrt{64+x^2} = +\infty$ asintoto verticale $x = 0$

$\lim_{x\to +\infty} \frac{1+x}{x}\sqrt{64+x^2} = +\infty$

Poiché

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{l(x)}{x} = \lim_{x\to +\infty} \frac{1+x}{x^2}\sqrt{64+x^2} = 1$$

$\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{1+x}{x}\sqrt{64+x^2} - x\right) = 1$ asintoto obliquo $y = x + 1$

Inoltre:

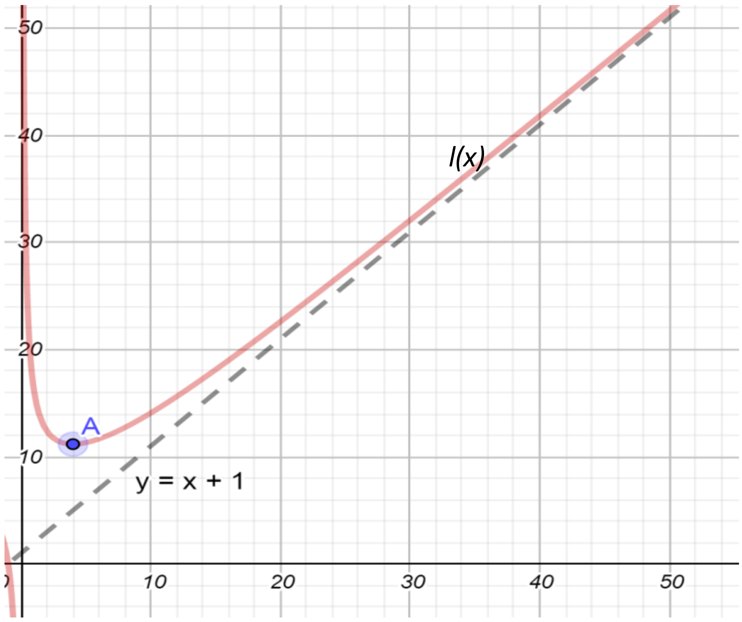
$l'(x) = \frac{x^3-64}{x^2\sqrt{64+x^2}} \begin{cases} < 0 \ \ per \ 0 < x < 4 \\ = 0 \quad per \quad x = 4 \\ > 0 \quad per \quad x > 4 \end{cases}$ Minimo nel punto $x = 4$

Poiché $l(4) = \frac{5}{4}\sqrt{80} = 5\sqrt{5}$ la scala ha lunghezza minima $5\sqrt{5}$ m e l'altezza raggiunta sulla parete p_1 è $\sqrt{125 - 25}\ m = 10m$.

Risulta

$$l''(x) = 64\frac{(x^3 + 3x^2 + 128)}{x^3(64 + x^2)\sqrt{64 + x^2}} > 0 \quad \forall x \in I$$

quindi $l(x)$ è convessa in *I*.



A $(4; 5\sqrt{5})$