

Una definizione alternativa di ellisse

Quesito 5

Fissati due punti F_1 e F_2 si disegni una circonferenza di centro in F_1 e raggio $2a$ maggiore della distanza $\overline{F_1F_2}$

Preso un punto A sulla circonferenza si traccino la retta F_1A e l'asse del segmento F_2A e si indichi con P il loro punto di intersezione (che esiste sempre come è facile interessante dimostrare)

Al variare di A sulla circonferenza P descrive un luogo geometrico che chiamiamo ellisse di fuochi F_1 e F_2 e asse maggiore uguale a $2a$.

Confrontare la precedente definizione con quella <<del giardiniere>>

Le due definizioni sono equivalenti?

Cosa si può dire del caso limite $\overline{F_1F_2} = 2a$?

La risposta è affermativa in quanto il punto P , per costruzione, soddisfa la condizione

$$\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = \overline{PF_1} + \overline{PA} = 2a$$

Se i due fuochi coincidono il luogo descritto è una circonferenza di centro F_1 e raggio a

Se definiamo, anche in questo caso, l'eccentricità come rapporto tra la distanza focale e la lunghezza dell'asse maggiore, se questo rapporto tende a 1, l'ellisse risulta sempre più schiacciata.

Se però analizziamo la posizione limite, vediamo che ora F_2 appartiene alla circonferenza e l'asse del segmento F_2A può incontrare il raggio F_1A solo nel centro del cerchio: il luogo è costituito dall'unico punto F_1 .

In effetti, anche in questo caso il luogo geometrico dovrebbe corrispondere alla retta F_1F_2 contata due volte, ma c'è un vincolo ancora più forte per il punto P , quello di appartenere alla retta F_1A , che lo riduce al solo punto F_1 .