## L’ESIGENZA DI UNA DEFINIZIONE COMUNE E UNFORME PER LE CONICHE

I vari esempi prodotti forse non danno agli studenti quella risposta decisiva che si aspettano ma aprono vari scenari interessanti, ciascuno con le sue metodologie e con le sue proposte risolutive.

Non vogliamo però perdere di vista l’esigenza di una visione unitaria e uniforme che la posizione B sembra suggerire.

L’approccio più generale alla teoria delle coniche resta sempre la loro genesi spaziale come sezioni di un cono o , se si preferisce, come proiezioni di una circonferenza da un punto esterno del suo piano. Si tratta di un punto di vista molto suggestivo che permette di accennare alle proprietà delle figure invarianti per trasformazioni proiettive, generalizzando quanto si è detto nel caso delle sezioni del cilindro rotondo.
Restando nell’ambito dei luoghi geometrici piani, prendiamo in considerazione la definizione di conica come luogo geometrico dei punti del piano per cui è costante il rapporto delle distanze da un punto fisso detto fuoco e da una retta fissa detta direttrice. Va ricordato , però, che in questo caso si esclude la circonferenza che, come è noto, ha per direttrice la retta impropria, e , da caso particolare diventa caso limite .
Gli ordinari esercizi sui luoghi geometrici e il supporto del software di geometria dinamica possono fornire vari spunti di riflessione , come nell’esempio seguente.

**Quesito 9**
**Sono dati nel piano un punto $F$ e una retta $d$ che non lo contiene.**
**Sia H il piede della perpendicolare condotta da F a d, O il punto del segmento HF tale che $\frac{\overline{OF}}{\overline{HO}} = e$ essendo $0 < e < 1$,**
**In un riferimento cartesiano avente l’asse x coincidente con la retta FH e l’origine in O, in cui $F$ abbia coordinate $(1;0)$ e la retta $d$ abbia equazione $x = -\frac{1}{e}$, si scriva l’equazione del luogo geometrico dei punti P del piano le cui distanze da F e da d, rispettivamente, hanno rapporto costante uguale a "$e$" .**

a. **Si verifichi che l’equazione rappresenta una famiglia di ellissi aventi eccentricità uguale a “ e “.**
b. **Si determini, in funzione di “e” il semiasse maggiore $a$ e la semidistanza focale $c$.**
c. **Si dica come varia , al variare di $e$ , la posizione de centro, dei vertici e dei fuochi e qual è la loro posizione limite quando $e$ tende a 0 oppure tende a 1.**

**Costruita la figura con Geogebra , se ne studino le proprietà in modo dinamico**

Si propone infine un ulteriore esercizio sulle coniche come i luoghi geometrici

**Quesito 10**
**In un riferimento cartesiano Oxy si considerino la circonferenza $\gamma$ di centro $O$ e raggio r e un punto $A$ di coordinate (k;0) , non appartenente a $\gamma$ *(k è un parametro reale)***

a) **Se B è un punto di $\gamma$, si indichi con P il punto di incontro dell’asse del segmento AB con la retta OB e si determini il luogo λ descritto da P al variare di B su $\gamma$ .**
b) **Si discutano i risultati rispetto a k.**
c) **Si tracci il grafico di λ nel caso in cui**
   I. $r = 1 \cap k = \frac{1}{2}$
   II. $r = 1 \cap k = 2$