

Costruisci il luogo geometrico, con l'aiuto di un software di Geometria dinamica, illustrando e giustificando il procedimento.

Mostra che la sua equazione, in funzione del raggio r del cerchio, in un riferimento cartesiano in cui la retta AQ è l'asse x e la retta AC è l'asse y , è

$$y = f_r(x) = \frac{8r^3}{4r^2 + x^2}$$

Ancora con l'aiuto del software osserva come si spostano il punto di massimo e i punti di flesso, al variare del parametro r , confrontando le tue osservazioni con i risultati di opportuni procedimenti analitici.

c) Nel caso particolare $r=1$ ritrova analiticamente i risultati del punto a)

Mostra che ha senso definire la funzione integrale $F_1(x) = \int_{-\infty}^x f_1(x) dx$ e tracciane il grafico

Mostra che esiste (e calcola) $\lim_{x \rightarrow +\infty} F_1(x)$, indicandone il significato geometrico.

Argomenti da ampliare a corredo della soluzione

- Legame tra il grafico di una funzione e quello della sua derivata
- Asintoti di una funzione e limite all'infinito della sua derivata
- Monotonia, convessità, flessi di una funzione
- Funzione integrale
- Integrale definito su un intervallo illimitato
- Luoghi geometrici
- Fasci e famiglie di curve

Spunti di ampliamento o approfondimento

1. Le *Instituzioni analitiche ad uso della gioventù italiana*, scritto in italiano e dedicato all'imperatrice Maria Teresa d'Austria, è un testo di divulgazione scientifica

Così la stessa autrice stessa giustifica l'opera: «Sembrerà forse affatto inutile, che compariscano queste mie Instituzioni, avendo altri già da molto tempo così largamente provveduto all'altrui bisogno. Ma su questo punto io prego il cortese Lettore a riflettere, che crescendo le scienze di giorno in giorno, dopo l'edizione del lodato libro moltissimi, ed importantissimi sono stati i nuovi ritrovamenti inseriti dai loro Autori in diverse opere, come era succeduto degli anteriori; quindi, per iscemare agli Studiosi la fatica di andare fra tanti libri ripescando i metodi di recente invenzione, mi sembravano utilissime, e necessarie nuove Instituzioni di Analisi».

Prova a delineare quali furono, nel XVIII secolo, i principali progressi dell'Analisi e i contributi alla Fisica nei vari ambienti culturali europei, frutto di nuove ricerche e della grande eredità di Newton.

2. Un oscillatore armonico smorzato è soggetto a una forza esterna del tipo $F_0 \cos \omega t$.

La funzione $P(\omega)$ che rappresenta la potenza media assorbita in funzione della pulsazione della forza esterna, ha un andamento che ricorda una curva a campana.

In condizioni molto vicine alla risonanza, la funzione $P(\omega)$ può essere approssimata da una funzione detta funzione o curva di Lorentz

$$L(\omega) = \frac{F_0^2}{2m\gamma} \cdot \frac{\gamma^2/4}{\gamma^2/4 + (\omega_0 - \omega)^2}$$

dove

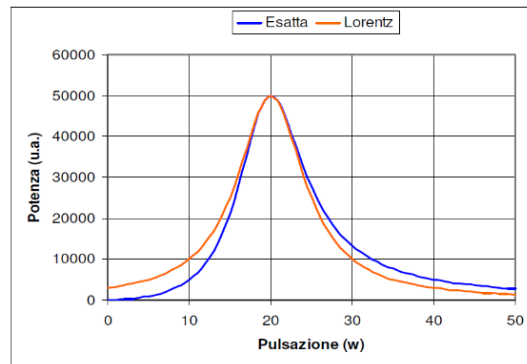
m è la massa

ω_0 è la pulsazione propria dell'oscillatore

$\gamma = \frac{b}{m}$ (b è il coefficiente di attrito viscoso)

a. Si può affermare che la curva associata a $L(\omega)$ è una versiera?

b. Descrivi il fenomeno della risonanza in meccanica e in elettromagnetismo.



3) Confronto tra la versiera e la curva normale di Gauss (proprietà geometriche e analitiche, inquadramento storico, applicazioni) .

Collegamenti con altre discipline (Filosofia, Storia)

Evoluzione del pensiero filosofico - scientifico nel XVIII secolo e contesto storico