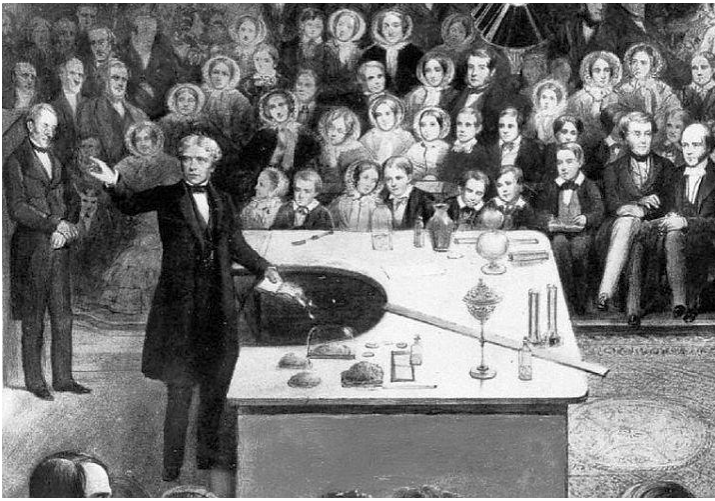


12. a ELABORATO 1:



William Gladstone, ministro delle Finanze della Gran Bretagna, fu invitato a una dimostrazione dell'apparato che Michael Faraday aveva ideato per generare l'elettricità, la più recente meraviglia scientifica. Al termine della dimostrazione Gladstone rimase in silenzio per un momento e poi disse a Faraday: "*E' molto interessante signor Faraday, ma qual è il valore pratico di ciò?*". "*Un giorno, signore, il governo potrà farne oggetto di una tassa.*" replicò Faraday

L'idea che guidava Faraday era che tra fenomeni elettrici e magnetici dovesse esistere una profonda simmetria, e che quindi come ogni corrente è "*accompagnata da una corrispondente intensità d'azione magnetica*", così anche quest'ultima doveva essere in grado di produrre "*un qualche effetto osservabile*" in un conduttore di elettricità. Stimolato da considerazioni di questo tipo, Faraday si dedicò a indagare sperimentalmente l'effetto induttivo delle correnti elettriche.

Il candidato:

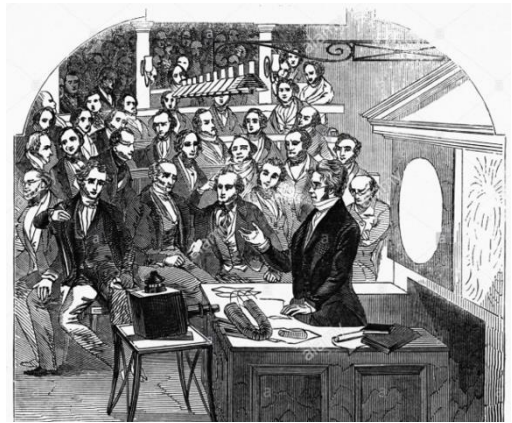
- Illustri gli esperimenti che Faraday condusse per dimostrare il fenomeno dell'induzione elettromagnetica ed enunci e dimostri in un caso semplice la legge che ne seguì
- Applichi la legge di Faraday-Neumann allo studio dei circuiti elettrici (RL), dimostrando che

$$i(t) = \frac{f^0 em}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

- Illustri il concetto di derivata di una funzione mostrando che può essere utilizzato per esprimere il valore istantaneo della f.e.m. indotta
- Enunci e dimostri il teorema di Lagrange e, mediante la sua applicazione, dimostri che $|\sin b - \sin a| \leq |b - a|$

12.b ELABORATO 2:

William Gladstone, ministro delle Finanze della Gran Bretagna, fu invitato a una dimostrazione dell'apparato che Michael Faraday aveva ideato per generare l'elettricità, la più recente meraviglia scientifica. Al termine della dimostrazione Gladstone rimase in silenzio per un momento e poi disse a Faraday: "*E' molto interessante signor Faraday, ma qual è il valore pratico di ciò?*". "*Un giorno, signore, il governo potrà farne oggetto di una tassa.*" replicò Faraday



L'idea che guidava Faraday era che tra fenomeni elettrici e magnetici dovesse esistere una profonda simmetria, e che quindi come ogni corrente è "*accompagnata da una corrispondente intensità d'azione magnetica*", così anche quest'ultima doveva essere in grado di produrre "*un qualche effetto osservabile*" in un conduttore di elettricità. Stimolato da considerazioni di questo tipo, Faraday si dedicò a indagare sperimentalmente l'effetto induttivo delle correnti elettriche.

Il candidato:

- Illustri gli esperimenti che Faraday condusse per dimostrare il fenomeno dell'induzione elettromagnetica ed enunci e dimostri, in un caso semplice, la legge che ne seguì
- Spieghi, alla luce della legge di Faraday-Neumann, il comportamento delle sostanze diamagnetiche immerse in un campo magnetico esterno ed illustri il fenomeno delle correnti di Foucault
- Illustri il concetto di derivata di una funzione mostrando che può essere utilizzato per esprimere il valore istantaneo della f.e.m. indotta
- Enunci e dimostri il teorema di Rolle, e si mostri, con opportuni esempi, che se una qualsiasi delle tre condizioni previste non è soddisfatta, il teorema non è valido.

12.c ELABORATO 3:

Non tutti sanno che sulle cascate del Niagara campeggia una statua che rappresenta Nikola Tesla sulla ruota di una turbina. Chissà quanti si chiedono il perché di quella statua. Molti non sanno, infatti, che la “guerra tra le correnti”, disputa tra gli scienziati Tesla ed Edison, ebbe come campo di battaglia proprio le famose cascate.

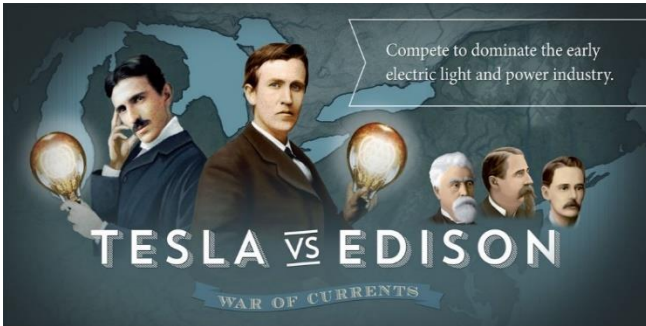


Il candidato:

- Illustri la disputa tra i due scienziati riportando le tesi addotte da ciascuno per avvalorare la propria teoria
- Descriva il funzionamento del dispositivo che consente di generare corrente alternata dimostrando che $f.e.m. = f_0 \sin(\omega t)$
- Dimostri che la derivata della funzione $\sin x$ è la funzione $\cos x$, determini il valore della derivata prima della funzione fem e ne tracci il grafico
- Illustri come dal grafico di una funzione sia possibile ricavare informazioni relative al grafico della funzione derivata e viceversa.

12.d ELABORATO 4:

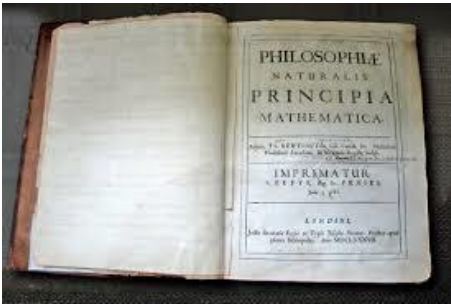
La cosiddetta “*guerra delle correnti*” è stata una competizione commerciale del XIX secolo per il controllo dell’allora crescente mercato mondiale dell’energia elettrica. Si svolse a cavallo delle due ultime decadi dell’Ottocento e vide contrapposti il sistema di illuminazione pubblica, a corrente alternata e alto voltaggio, propugnata da Tesla, ed il sistema di illuminazione domestica, con lampada a incandescenza a basso voltaggio, propugnata da Edison.



Il candidato:

- Illustri la disputa tra i due scienziati riportando le tesi addotte da ciascuno per avvalorare la propria teoria.
- Descriva il funzionamento del dispositivo che modifica l’intensità della corrente alternata rendendola disponibile per le applicazioni, esplicitando il valore che questi strumenti hanno nell’ottica del risparmio energetico.
- Rappresenti l’andamento della funzione $i(t) = i_0 \sin(\omega t)$, determini l’espressione della sua derivata prima e dimostri che la derivata della funzione $y = \cos x$ è la funzione $y' = -\sin x$.
- Illustri come dal grafico di una funzione sia possibile ricavare informazioni relative al grafico della funzione derivata e viceversa.

12.e ELABORATO 5:



Il fisico inglese Isaac Newton (1642 – 1727), occupandosi dell'interazione fra masse, si pose già nel Seicento il problema di come il Sole riesca ad attirare la Terra. Le forze operavano a distanza nel vuoto oppure richiedevano un mezzo che fosse in grado di trasmetterle? Nell'Ottocento il francese Ampère, occupandosi dell'azione fra le cariche elettriche, si pose su una linea analoga a quella di Newton, ma fu Faraday che stravolse il concetto di "azione a distanza", ipotizzando che intorno alle

cariche vi fosse una modificazione dello spazio e che le linee di forza costituissero un modo per rappresentare in termini fisico-matematici tale modificazione. Nacque così, sia pure a livello soltanto intuitivo, il concetto di campo.

Il candidato:

- Illustri il concetto di campo di forze, spiegando in particolare cosa si intende per campo conservativo e non.
- Illustri il concetto di circuitazione, dimostri il teorema di Ampère relativo alla circuitazione del campo magnetico, e verifichi che il campo magnetico all'esterno di un conduttore cilindrico di raggio R , infinito percorso da corrente è dato da $B(r) = \frac{\mu_0 \cdot i}{2\pi \cdot r}$
- Dia la definizione di funzione integrale e dimostri il teorema fondamentale del calcolo integrale
- Determini l'area sottesa dalla curva $B(r)$ quando r varia tra R e $2R$

12.f ELABORATO 6:

Nel 1845 Faraday osservò che un pezzo di vetro posto in prossimità di una grossa elettrocalamita veniva debolmente respinto da questa; analoghi effetti repulsivi erano stati notati in precedenza ma tali osservazioni erano restate isolate. Faraday trovò molteplici sostanze che godevano di questa caratteristica e le chiamò *diamagnetiche*. Le sostanze che invece risultano attratte dai poli magnetici furono denominate *paramagnetiche*. Alla fine di un lungo studio sperimentale, Faraday concluse che non esistono corpi neutri nei confronti del fenomeno magnetico ma tutti i corpi sono o paramagnetici o diamagnetici.



Dispositivo adoperato da Faraday per lo studio del diamagnetismo (Royal Institution, London)

Il candidato:

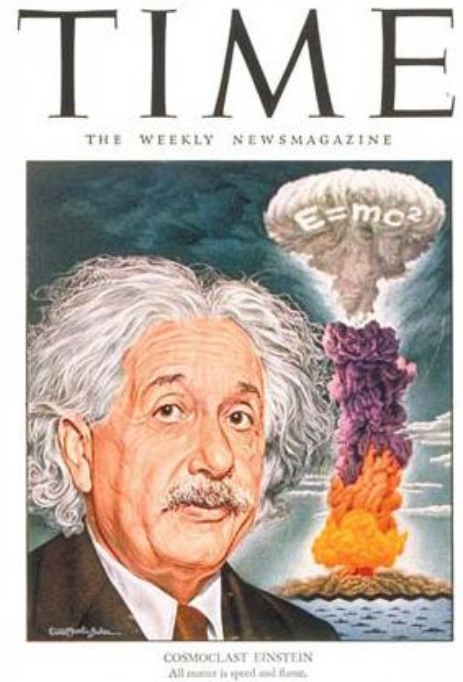
- Illustri il comportamento dei diversi materiali immersi in un campo magnetico, fornendone una interpretazione a livello microscopico.
- Descriva il ciclo di isteresi magnetica, fornendo un esempio di applicazione tecnologica del fenomeno della magnetizzazione permanente.
- Dia la definizione di integrale definito e dimostri il teorema fondamentale del calcolo integrale.
- Calcoli l'area sottesa dal grafico della curva $f(x) = \ln x$ nell'intervallo $\left[\frac{1}{2}, 5\right]$.

12.g ELABORATO 7:

“Senza la convinzione che con le nostre costruzioni teoriche è possibile raggiungere la realtà, senza la convinzione nell'intima armonia del nostro mondo, non potrebbe esserci scienza. Questa convinzione è, e sempre sarà, il motivo essenziale della ricerca scientifica”

Albert Einstein

Prima del 1905 e della teoria della relatività di Einstein nessuno avrebbe mai potuto immaginare che materia ed energia fossero due facce di una stessa medaglia. Il fisico tedesco, con la celebre formula $E = mc^2$, ha "scombussolato" tutte le convinzioni precedenti, ha rivoluzionato il mondo della fisica, segnando il passaggio alla fisica moderna.



Il candidato:

- Illustri la celebre equazione di Einstein $E = mc^2$, giustificandola con un esperimento ideale.
- Determini l'espressione della quantità di moto relativistica.
- Studi la funzione $m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$
- Analizzi il concetto di asintoto di una funzione.

12.h ELABORATO 8:



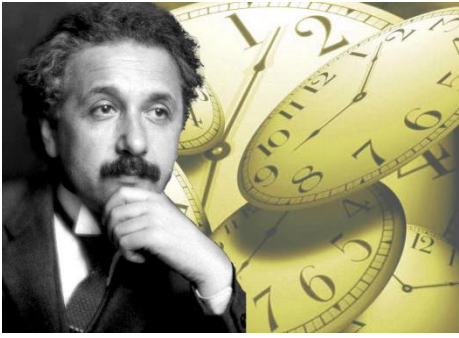
Carl Friedrich Gauss

Tra il 1700 ed i 1800, il matematico tedesco Carl Friedrich Gauss ha rivoluzionato la matematica con la moderna teoria dei numeri e la geometria delle superfici. Le sue idee hanno contribuito a far nascere la geometria differenziale adottata da Albert Einstein nella teoria della relatività e importanti sono state anche le ricerche da lui condotte in fisica e astronomia. Una di esse è relativa al flusso (dal latino fluere = scorrere, fluire) un ente matematico che permette di esprimere in modo sintetico importanti proprietà di un campo vettoriale.

Il candidato:

- Illustri il concetto di flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie evidenziando il legame con le linee di campo.
- Enunci e dimostri il teorema di Ampère per il Campo magnetico e verifichi che il campo magnetico all'interno e all'esterno di un conduttore cilindrico di raggio R , infinito percorso da corrente è dato da $B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{ir}{R^2}$
- Illustri il concetto di derivabilità di una funzione e dimostri il teorema sulla continuità delle funzioni derivabili.
- Studi la funzione $B(r)$, in funzione della distanza r dall'asse del conduttore.

12. i ELABORATO 9:



“Nella teoria della relatività non esiste un unico tempo assoluto, ma ogni singolo individuo ha una propria personale misura del tempo, che dipende da dove si trova e da come si sta muovendo.”

Stephen Hawking

Il candidato:

- a. Illustri come i principi della relatività ristretta di Einstein spieghino il risultato negativo dell'esperimento di Michelson e Morley
- b. Illustri il fenomeno della dilatazione dei tempi
- c. Studi la funzione $\gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ e ne tracci il grafico
- d. Dia la definizione di forma indeterminata nel calcolo dei limiti, illustri l'utilizzo del teorema di de l'Hospital per la risoluzione delle forme indeterminate.

12.1 ELABORATO 10:



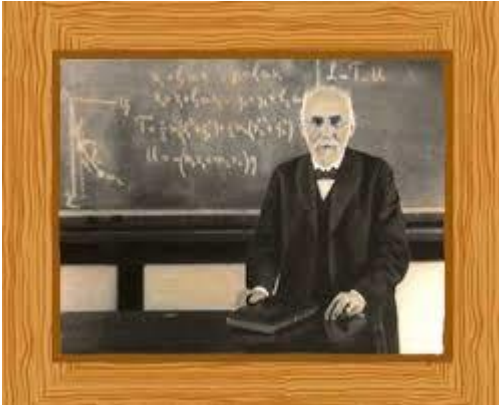
“Nella teoria della relatività non esiste un unico tempo assoluto, ma ogni singolo individuo ha una propria personale misura del tempo, che dipende da dove si trova e da come si sta muovendo.”

Stephen Hawking

Il candidato:

- Illustri come i principi della relatività ristretta di Einstein spieghino il risultato negativo dell'esperimento di Michelson e Morley.
- Illustri il fenomeno della contrazione delle lunghezze.
- Determini la famiglia delle primitive della funzione $\gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$
- Dia la definizione di integrale definito di una funzione e dimostri il teorema della media.

12.m ELABORATO 11:

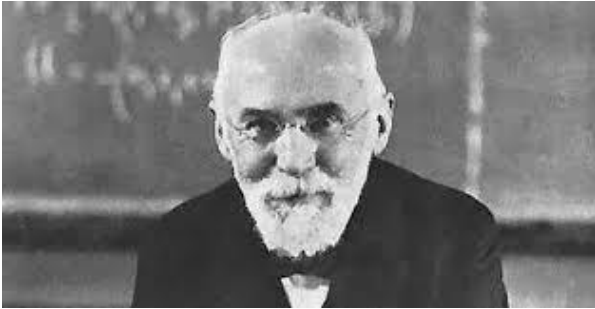


Sin dalla prima metà del XIX secolo era chiaro che sussistesse una profonda relazione tra corrente elettrica e il campo magnetico, ma dal punto di vista della dinamica newtoniana, la legge che descrive le interazioni del campo magnetico con corpi elettricamente carichi fu spiegata dal fisico olandese **Hendrik Lorentz** solo verso il 1890.

Il candidato:

- Illustri analogie e differenze tra campo elettrico e campo magnetico.
- Illustri la legge che descrive gli effetti di un campo magnetico su una carica elettrica in moto immersa in esso.
- Tracci il diagramma orario di un punto materiale che si muove di moto rettilineo secondo la legge oraria $s(t) = \frac{2t^2+1}{t-1}$
- Illustri il concetto di asintoto di una funzione.

12.n ELABORATO 12:



Sin dalla prima metà del XIX secolo era chiaro che sussistesse una profonda relazione tra la corrente elettrica e campi elettrici e magnetici; tuttavia la legge che descrive dal punto di vista della dinamica newtoniana gli effetti del campo elettrico e del campo magnetico su corpi elettricamente carichi fu spiegata dal fisico olandese Hendrik Lorentz solo verso il 1890

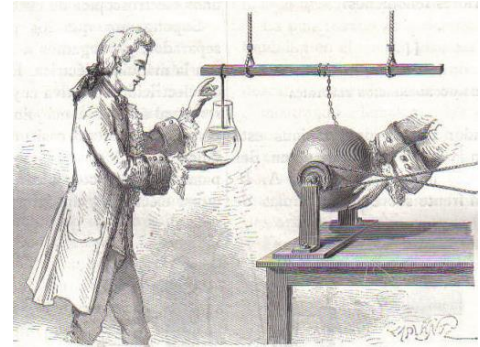
Il candidato:

- Illustri la forza che agisce su una carica elettrica in moto in un campo magnetico.
- Illustri il funzionamento e i campi di applicazione del selettore di velocità.
- Tracci il diagramma orario di un punto materiale che si muove di moto rettilineo secondo la legge oraria $s(t) = \frac{t^2+1}{t+1}$
- Dia la definizione di funzione continua ed illustri i diversi tipi di discontinuità.

12.o ELABORATO 13:

"Le voglio parlare di un nuovo ma terribile esperimento, che le raccomando di non tentare di riprovare lei stesso; io, che l'ho sperimentato e sono sopravvissuto solo per grazia di Dio, non proverei a rifarlo di nuovo neppure per l'intero Regno di Francia [...] Ho scoperto così tanto dell'elettricità da essere giunto al punto in cui non capisco nulla e non posso spiegare nulla".

Petrus van Musschenbroek, lettera a Réaumur, 1746



Con queste parole il fisico P. Musschenbroek descrive la scoperta del primo condensatore, la bottiglia di Leyda, e narra di avere eseguito egli stesso l'esperienza e di aver sentito una scossa elettrica così forte da sconsigliargli di ripetere la prova.

Il candidato:

- Illustri le caratteristiche di un condensatore piano.
- Analizzi il processo di carica di un condensatore, verificando che la quantità di carica è data dalla funzione $Q(t) = Cf_{em} (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$.
- Si determini il valore di $\lim_{t \rightarrow \infty} Q(t)$, e si fornisca la definizione di limite finito per x tendente all'infinito.
- Si enunci e dimostri il teorema di unicità del limite.

12.p ELABORATO 14:

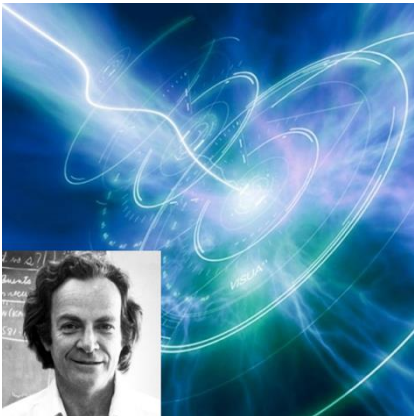
Un esperimento, svolto in Germania nel 1745 da E.J. von Kleist, e ripetuto poco dopo, indipendentemente, nella cerchia di Petrus van Musschenbroek a Leida, venne a costituire una vera e propria rivoluzione. Tenendo con una mano una bottiglia di vetro, von Kleist e Musschenbroek tentarono di elettrizzare l'acqua contenuta collegandola ad una macchina elettrostatica... Erano tranquilli poiché non isolati da terra, ma... toccando con l'altra mano la sbarra metallica in comunicazione con la macchina elettrostatica e l'acqua, provarono una scossa di straordinaria potenza.



Il candidato:

- Illustri le caratteristiche di un condensatore piano.
- Analizzi il processo di scarica di un condensatore, verificando che l'intensità di corrente varia secondo la legge $i(t) = -\frac{f_{em}}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$.
- Si determini il valore di $\lim_{t \rightarrow \infty} i(t)$ e si fornisca la definizione di limite finito per x tendente a infinito.
- Si enunci e dimostri il teorema del confronto.

12.q ELABORATO 15:



“C'è un fatto, o se volete, una legge, che governa i fenomeni naturali sinora noti. Non ci sono eccezioni a questa legge, per quanto ne sappiamo è esatta. La legge si chiama ‘conservazione dell'energia’, ed è veramente una idea molto astratta, perché è un principio matematico: dice che c'è una grandezza numerica, che non cambia qualsiasi cosa accada. Non descrive un meccanismo, o qualcosa di concreto: è solo un fatto un po' strano: possiamo calcolare un certo numero, e quando finiamo di osservare la natura che esegue i suoi giochi, e ricalcoliamo il numero, troviamo che non è cambiato...”.

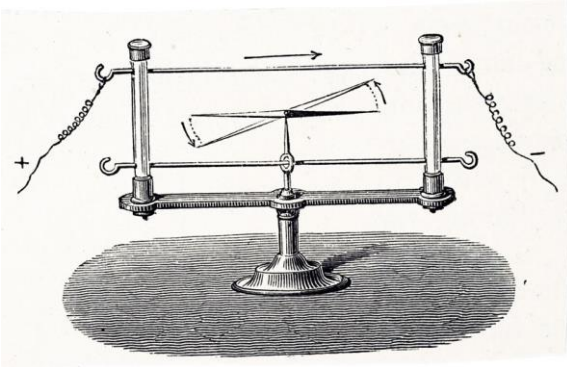
Lectures on Physics, Vol. I, Richard Feynman

Alla luce di tale affermazione, il candidato:

- Spieghi il significato della legge di Lenz ed illustri il fenomeno dell'autoinduzione.
- Analizzi un circuito RL e determini l'espressione analitica delle extracorrenti di chiusura $i(t) = \frac{f_{em}}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t})$.
- Dica cosa si intende per equazione differenziale e cosa significa risolvere il problema di Cauchy
- Risolva il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} e^x y' = \frac{2(x-1)}{5} \\ f(4) = 0 \end{cases}$$

12.r ELABORATO 16:



Nel 2020 è ricorso il bicentenario dell'esperienza di Oersted: correva infatti l'anno 1820 quando con il celebre esperimento pose le basi di tutto quello che sarebbe diventato, negli anni seguenti, con Ampère, Faraday, e Maxwell la teoria dell'elettromagnetismo. Oersted aprì, senza saperlo, la strada a quello che sarebbe diventato il "motore" della fisica del XX secolo. Questo imponente pilastro della fisica moderna si è guadagnato un posto in tutte le storie della scienza e ha messo in moto le grandi ricerche sull'elettrodinamica e

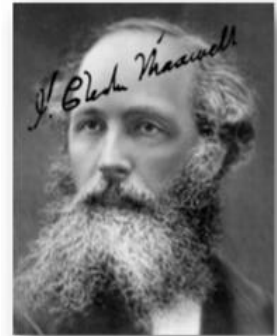
l'elettrotecnica che hanno trasformato in modo decisivo sia la scienza fisica che la vita moderna.

Il candidato:

- Illustri le esperienze di Oersted e Faraday, evidenziando la loro importanza per lo sviluppo della teoria del campo elettromagnetico.
- Determini il campo magnetico di una spira e di un solenoide.
- Studi la funzione $B(y) = \frac{\mu_0 i R^2}{2\sqrt{(R^2+y^2)^3}}$.
- Enunci e dimostri il teorema di Fermat.

12.s ELABORATO 17:

“Ora mi propongo di esaminare i fenomeni magnetici da un punto di vista meccanico, e di determinare quali tensioni in, o moti di, un mezzo siano in grado di produrre i fenomeni meccanici osservati. Se, per mezzo della stessa ipotesi, possiamo collegare i fenomeni dell’attrazione magnetica con i fenomeni elettromagnetici e con quelli delle correnti indotte, avremo trovato una teoria che, anche se non vera, potrà essere dimostrata erronea solo con esperimenti che allarghino grandemente le nostre conoscenze di questa parte della fisica.”



James Clerk Maxwell
(Edimburgo, 1831 - Cambridge, 1879)

On Physical Lines of Force – James Clerk Maxwell

Il candidato:

- Illustri le equazioni di Maxwell in forma integrale, mettendo in evidenza le simmetrie delle stesse.
- Fornisca un esempio di paradosso da cui scaturisce la legge di Ampère–Maxwell e dimostri l’uguaglianza tra la corrente di spostamento e la corrente di conduzione del circuito.
- Dia la definizione generale di integrale definito, illustrando le proprietà di cui gode.
- Determini l’area della parte di piano delimitata dai grafici delle funzioni $f(x) = tg^2x$ e $g(x) = \frac{x}{\cos^2x}$ nell’intervallo $[0; \frac{\pi}{4}]$.