La matematica…un appassionante “grande gioco”

A seguito del lungo periodo di pandemia la ripresa delle “classiche” lezioni in presenza è stata più faticosa del previsto, in quanto alunne e alunni hanno mostrato difficoltà di concentrazione e di attenzione. Per rendere le lezioni maggiormente attive e coinvolgenti ho pensato di utilizzare dei giochi matematici per introdurre e/o consolidare gli argomenti.
I giochi matematici rappresentano, infatti, un veicolo quanto mai utile per diffondere la bellezza e l’utilità della matematica che va ben al di là dei confini delle aule scolastiche (*“logica intuizione e fantasia”* Giochi Internazionali della Matematica).

Un possibile esempio di gioco lo troviamo nel ***Papiro di Rhind (o di Ahmes).***

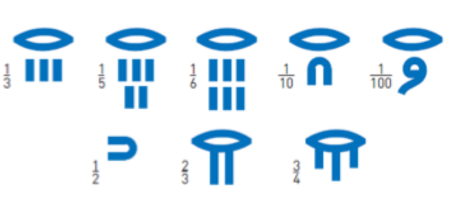
Il *papiro di Rhind* risale al XVII sec. a.C., lungo 5,46 m. e largo 30 cm, deve il suo nome all’antiquario scozzese che lo ritrovò, nel 1858, in un mercato di Luxor, è attualmente conservato nel British Museum di Londra.
Esso rappresenta il più prezioso documento risalente all’Antico Egitto, in quanto fornisce un quadro ricco e diversificato della matematica egizia (80 problemi risolti), che riguardano l’aritmetica, la geometria e, se considerati in ottica moderna, l’algebra.

In una proprietà ci sono 7 case.
In ogni casa ci sono 7 gatti.
Ogni gatto acchiappa 7 topi.
Ogni topo mangia 7 spighe.
Ogni spiga dà 7 hekat di grano.
Quante cose ci sono in tutto in questa storia?

La risposta è semplice ed è collegata allo studio delle potenze: $\mathbf{7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5}$
(somma dei termini di una progressione geometrica di ragione 7).
Questo indovinello rappresenta l’anticipazione di una ben nota filastrocca:

Per una strada che andava a Camogli,
Incontrai un uomo con sette mogli;
ciascuna moglie aveva sette sacchi,
ciascun sacco conteneva sette gatti,
ciascun gatto aveva sette gattini.
Tra mogli, sacchi, gatte e gattini,
in quanti andavano dunque a Camogli?

Sempre risalente ai tempi dell’Antico Egitto c’è una bellissima leggenda che può essere, invece, utilizzata per introdurre lo studio delle frazioni.
Per gli Egizi l’idea di frazione era molto primitiva, utilizzavano solo frazioni unitarie, con numeratore pari ad uno. Il numero reciproco di un numero intero veniva indicato collocando un ovale allungato al di sopra della notazione del numero intero stesso.



Secondo la leggenda Horus, il dio-falco figlio di Osiride ed Isiride, volle vendicare la morte del padre, battendosi contro il fratello Seth che, bramoso di potere, lo aveva ucciso. Nella lotta Horus perse un occhio, che cadde nel Nilo, dove venne poi raccolto e ricomposto da Toth, dio dei sapienti e dei maghi. L'occhio di Horus divenne, così, per gli Egizi un simbolo magico-religioso che siglava ogni documento e le sue parti assunsero un particolare valore simbolico.

Cosa accade se, però, proviamo a sommare tutte le frazioni corrispondenti alle varie parti dell'occhio?

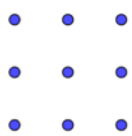
$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}=\frac{63}{64}.$$

notiamo che ne manca una (1/64)

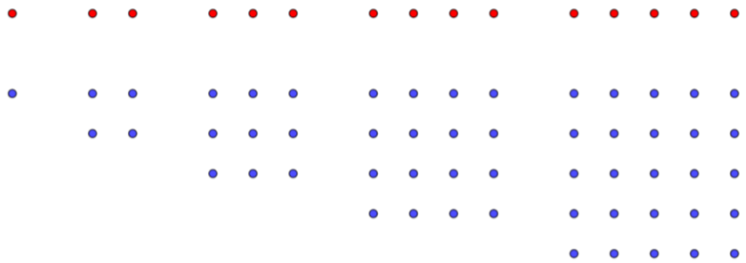
La leggenda narra che Toth, con le sue arti magiche, ricreò la parte mancante e la donò a Horus perché potesse completare il suo occhio divino, un'altra versione invece narra che la parte mancante fu donata dal dio Toth al "contabile", che si pone sotto la sua protezione, come *portafortuna* nell'esecuzione dei calcoli.

Un modo simpatico, invece, per avvicinare gli alunni al linguaggio simbolico è mediante l' ***aritmogeometria.*** L'*aritmogeometria*, ovvero lo studio dei *numeri figurati,* risale ai tempi dei pitagorici e rappresenta il primo collegamento fra aritmetica e geometria (anticipazione della geometria analitica). A quei tempi, sarebbe stata una piacevole alternativa anche ai giorni nostri, i giovani pitagorici facevano lezione sulle spiagge di Crotone e rappresentavano i numeri, traendone molte proprietà aritmetiche e geometriche, costruendo i poligoni con i ciottoli che avevano a disposizione. Ricordiamo che per Pitagora (e per i pitagorici) *i numeri sono il principio di tutte le cose* egli diceva*:* **"tutte le cose che si conoscono hanno numero, senza questo nulla sarebbe possibile pensare né conoscere"**.

E' noto che $3^2 = 9$, tale espressione ha origine proprio nell'aritmogeometria, se proviamo, infatti, a costruire un quadrato di lato 3 ci serviranno 9 ciottoli per costruirlo.



Costruiamo ora la successione dei numeri naturali e quella dei quadrati e vediamo come si rappresentano mediante numeri figurati.



Osservando la successione dei numeri quadrati notiamo che ogni quadrato di n è uguale alla somma dei primi n numeri dispari.

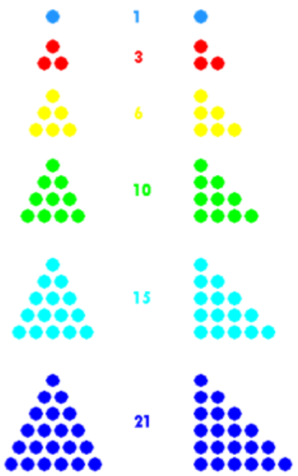
$1+3=2^2$

$1+3+5=3^2$

$1+3+5+7=4^2$

$1+3+5+7+9=5^2$

Costruiamo ora la successione figurata dei *numeri triangolari* (numeri a forma di triangolo equilatero con i lati formati da 1, 2, 3, …ciottoli)



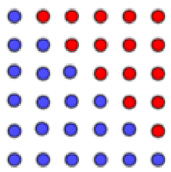
Dalla sua rappresentazione notiamo che
il “triangolo” di 4 necessita di 10 ciottoli = 1+2+3+4,
il triangolo di 5 è 15=1+2+3+4+5 e così via.

Detto allora T_n il triangolo di n lati abbiamo la seguente formula che lega numeri e figure geometriche:

$$\mathbf{T_n = T_{n-1} + n} \qquad \mathbf{[1]}$$

Abbiamo trovato una prima formula che lega numeri e figure geometriche

Possiamo, ora, chiedere agli alunni di trovare ***una formula che leghi i numeri triangolari con i numeri quadrati.***



E' immediato verificare, dal punto di vista grafico, che il quadrato di n è uguale al triangolo di n sommato al triangolo di n-1da cui

$n^2 = T_n + T_{n-1}$ *da cui sostituendo la* [1] si ottiene

$n^2 = T_n + T_n - n$

$n + n^2 = 2T_n$

$$T_n = \frac{n+n^2}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$$

Dalla quale si ricava che il triangolo di n è uguale al semiprodotto di n per il successivo n+1.

Bibliografia
Boyer C.B. "Storia della Matematica", Oscar Saggi Mondadori.
Peiretti F., "Il Matematico si diverte", Saggistica TEA.
J. H. Conway e R. K. Guy “Il libro dei numeri” Hoepli.