

Bruno de Finetti

Allenamento a pensare in modo euristico!

Ragionare in modo euristico è uno dei principali ammonimenti di George Pólya. Una recente sperimentazione ha comprovato l'efficacia di un orientamento in tale senso.

1. - *La tendenza euristica*

È la tendenza che intende rendere viva la matematica e il modo d'insegnarla e di apprenderla: di vederla e farla vedere con l'intuizione e col riferimento a svariate e interessanti applicazioni pratiche; di cogliere i fatti essenziali e le relazioni tra essi quali servono per dominare l'insieme di questioni che ci si presentano.

Ed è l'arte, nel momento più « tecnico » (dell'« impostare » un problema), di individuare i punti di attacco, le idee-guida, le tappe intermedie prevedibilmente utili, ricorrendo più alla fantasia e alla visione d'insieme che non alla meccanica e mnemonica e pedestre ricerca di ricette standardizzate.

Il principale esponente di tale tendenza è George Pólya, che l'ha propugnata e illustrata sia nel campo della didattica ai primi livelli (come in « How to solve it » (1)), e sia per i livelli più avanzati (« Mathematical Discovery », I e II; (2) ecc.).

(1) Ed. it. *Come risolvere i problemi di matematica*, Feltrinelli, 1967.

(2) *Le scoperte matematiche*, I, II, Feltrinelli, 1971.

Pólya venne anche a Roma per conferenze alla Mathesis all'inizio della sua attività dopo il trasferimento della sede in tale città, e si può dire che a tale visione si sia sempre ispirata l'attività e l'atteggiamento della Mathesis nel presente periodo. (In conformità, peraltro, ad analoghe prese di posizione di Enriques, Castelnuovo, Chisini, in tempi più o meno lontani).

Ricordati questi precedenti, specie per farli conoscere ai lettori meno anziani che non hanno conosciuto queste figure ormai passate alla storia, passiamo a dare notizia di esperienze più recenti e a illustrare le conclusioni tratte dagli sperimentatori: il « Group in Science and Mathematics Education » SESAME, dell'Università di California, Berkeley, ad opera di Alan H. Schoenfeld. Questi ha scritto due rapporti: « About Heuristics » e « Problem Solving Strategies in College level Mathematics ». Trattandosi di « preprints » per circolazione privata mi limiterò, naturalmente, a darne dei cenni; sarà certo assai utile, quando il lavoro sarà completo, chiedere il diritto di pubblicarlo in versione italiana, se non integralmente, in ampia sintesi.

A completamento delle precedenti indicazioni, aggiungo che l'indirizzo di Schoenfeld, dal prossimo 1° settembre, sarà: Mathematics Department, Hamilton College, Clinton, N.Y. 13323, U.S.A.

2. - Come educare al ragionamento euristico

Riassumiamo qui il contenuto del primo rapporto, il cui titolo completo è « *About Heuristic: What they are and how we can teach students to use them* ». Qui l'A. usa « Heuristic » come nome per ogni singolo tipo di accorgimento, di trovata, di intuizione, atta a individuare la via che conduce più direttamente e significativamente alla soluzione. (Credo che tale uso del termine « Heuristic » sia nuovo; volendolo introdurre in italiano mi sembra funzionerebbe meglio al femminile: « un'euristica », « le euristiche »).

Per precisare il senso, Schoenfeld formula la seguente definizione: *Un'euristica è un suggerimento o una strategia*

di tipo generale, indipendente da ogni particolare tipo di argomento o di oggetto, che aiuta il risolutore di problemi nell'affrontare, comprendere e sfruttare efficientemente le proprie risorse per la soluzione di problemi.

A titolo di esempio, egli indica come tipiche le tre seguenti «euristiche»:

- 1) Esaminare casi particolari per formarsi un'idea del problema;
- 2) Disegnare un diagramma se in qualche modo è possibile;
- 3) Cercare di individuare e sfruttare obiettivi intermedi (subgoals).

L'abilità nel far uso di un'euristica consiste nel saperne trasferire l'applicazione a nuovi tipi di problemi (non troppo simili a quelli ove se n'è fatto uso). Ciò non è facile, occorre sviluppare tale capacità, ed è possibile allenare in tal senso.

Spesso, la soluzione di un problema è ovvia, come «l'uovo di Colombo», ma... lo è solo se si pensa alla circostanza ovvia che la rende ovvia. (Un esempio grazioso: «dieci persone siedono attorno a un tavolo; il reddito medio di essi è di 10.000 \$; il reddito di ciascuno di essi è la media dei redditi dei due che siedono immediatamente alla sua destra e alla sua sinistra; entro quali limiti può variare il reddito di ciascuno di essi?»).

Questo è soltanto uno dei molti esempi, svariati e appropriati, che aiutano, riflettendo su come si è giunti alla soluzione o sul perché non se ne è vista la via, a far tesoro di ogni esperienza, sia positiva che negativa.

Come conclusione, detto rapporto ammette che (come asserito da esperti di riconosciuta competenza) l'euristica non è in genere una «guida infallibile», ma spesso «funziona». Si fanno comunque dei progressi, e c'è una crescente evidenza che, appropriatamente inserita nell'insegnamento, l'euristica ha un impatto positivo sulla capacità degli studenti nel risolvere problemi. Le prime positive conseguenze dell'euristica e della conseguente maggior enfasi sul «problem solving» sono una certa «demistificazione» della matematica, un attenuarsi della «mathophobia» (!), e

una più vivida atmosfera nelle classi (1). Ma i benefici a lungo termine di tali miglioramenti nell'educazione matematica sono lungi dall'essere ancora conseguiti.

3. - *Nell'insegnamento a livello universitario (College)*

Il secondo rapporto ha il titolo « Problem solving strategies in College level Mathematics », e si prefigge di discutere il ruolo dell'euristica e delle « strategie » con cui i competenti solutori di problemi applicano le loro risorse, e il modo e l'efficacia di un insegnamento inteso a sviluppare tali capacità.

La risposta è positiva (anche se basata per ora su di una sperimentazione limitata), e in misura statisticamente significativa nel senso di una superiorità del gruppo degli « euristici » quanto a numero di problemi risolti o « quasi-risolti. Risulta però che non è sufficiente il fatto che certe « euristiche » siano state esposte in termini descrittivi, generali; occorre ne sia stata fatta vedere l'applicazione su degli esempi specifici.

La conclusione in forma sintetica: « Heuristic do make a difference », è il titolo della sez. IV nel secondo rapporto, nonché di un più ampio rapporto in preparazione annunciato come n. 21 nella bibliografia; altri due rapporti annunciati ivi, risp. come n. 20 e 22, hanno per titolo, rispettivamente, « Can Heuristic be Taught? » (in *Proc. Amherst Conference on cognitive process instruction*, Sept. 1978) e « About Heuristics » (senza altre indicazioni).

Ritengo opportuno aggiungere che il campo dell'euristica è un campo aperto; ogni esempio o indicazione o suggerimento proveniente da altri (come, nella presente nota, da Schoenfeld) costituisce un valido esempio, ma non in modo esaustivo: occorre che ciascuno, in ogni caso da lui

(1) Considerazioni sull'argomento vedansi nell'articolo *Conversazione sul Romulus*, scritto in collaborazione con Bruno Rizzi e pubblicato su questo Periodico (1978, n. 1-2).

incontrato o pensato, esamini la situazione con mentalità euristica, e cerchi all'occorrenza di sviluppare ragionamenti di tipo euristico, se occorre e riesce nuovi, idonei per il suo caso (e vedere se e quali altre applicazioni della stessa idea sembrano immaginabili e interessanti).